

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ

АННОТАЦИЯ. Прогнозирование — одна из основных сфер практического применения математических моделей, которые используются для анализа и прогнозирования общих закономерностей рассматриваемых процессов как на микро-, так и на макроуровнях (например, зависимость выпуска продукции от затрат основных ресурсов производства, соотношение объемов производственных фондов, трудовых затрат и других ресурсов, планирование производства и т. д.). В статье описаны возможности использования производственных функций для прогнозирования валового внутреннего продукта Российской Федерации на основе данных с 2000 по 2013 г. от численности занятых по субъектам РФ в среднем за год и основных фондов по полной учетной стоимости на конец года. Для исследования динамики валового внутреннего продукта были построены линейная модель временного ряда и факторно-временная модель, которая кроме времени включает факторы «численность занятых» и «основные фонды».

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Временной ряд; модели временных рядов; прогнозирование; производственная функция.

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ. Дата поступления 13 апреля 2015 г.; дата принятия к печати 27 апреля 2015 г.; дата онлайн-размещения 27 июля 2015 г.

Т. И. Belykh

*Baikal State University of Economics and Law,
Irkutsk, Russian Federation*

А. V. Burdukovskaya

*Baikal State University of Economics and Law,
Irkutsk, Russian Federation*

APPLICATION OF PRODUCTION FUNCTIONS IN FORECASTING

ABSTRACT. Forecasting is one of the main areas of practical application of mathematical models that are used for analysis and forecasting of regularity of the processes under consideration both at micro- and macro levels (for example, dependence of product output on costs of main production resources, correlation of productive assets volumes, labor expenses and other resources, production planning, etc.). The article describes the possibilities of using production functions for forecasting gross domestic product of the Russian Federation on the basis of data during the period from 2000 to 2013 in view of the number employees in the Russian Federation subjects one-year average and fixed assets in view of overall accounting value at the end of year. For investigation of the GDP dynamics, a linear model was built for a temporal series and a component-time model which, apart from the time, includes the factors «employees number» and «fixed assets».

KEYWORDS. Temporal series; temporal series models; forecasting; production function.

ARTICLE INFO. Received April 13, 2015; accepted April 27, 2015; available online July 27, 2015.

Производственная функция — экономико-математическая количественная зависимость результата производства от затрат ресурсов. На макроуровне в качестве ресурсов чаще всего рассматривают накопленный труд в форме производственных фондов и живой труд, а в качестве зависимой переменной, т. е. результата — валовой выпуск, либо валовой внутренний продукт (ВВП), либо национальный доход [2; 6; 9].

© Т. И. Белых, А. В. Бурдуковская

На микроуровне производственные функции используются для описания зависимости между производственными затратами и полученной продукцией [9], рассматриваемой по материалам отраслей, групп предприятий или отдельных предприятий (например, влияние объема производства автомобилей на производство бензина). Экономическая теория также рассматривает производственные функции, результат производства в которых — величина чистого дохода или уровень производительности труда, а также себестоимость продукции [5; 8; 10].

В связи с многообразием существующих зависимостей, целей и задач исследования используются различные формы производственных функций (ПФ).

Одноресурсная или однофакторная ПФ применяется в случае, когда рассматривается связь результативного показателя с одним показателем-фактором (например, изучается влияние численности занятых в Российской Федерации, в среднем за год на ВВП РФ). В этом случае аналитической формой записи ПФ служит уравнение, где x — показатель-фактор, а y — результативный показатель. Более правильной является запись

$$y = f(a, x),$$

где a — вектор параметров ПФ.

Различают линейные или нелинейные ПФ. Типичным представителем широкого класса нелинейных однофакторных ПФ является функция вида

$$y = ax^b, \quad a > 0, \quad 0 < b \leq 1.$$

График приведенной функции наглядно демонстрирует выполнение неоклассических свойств [2; 6; 9], накладываемых на класс ПФ (рис. 1).

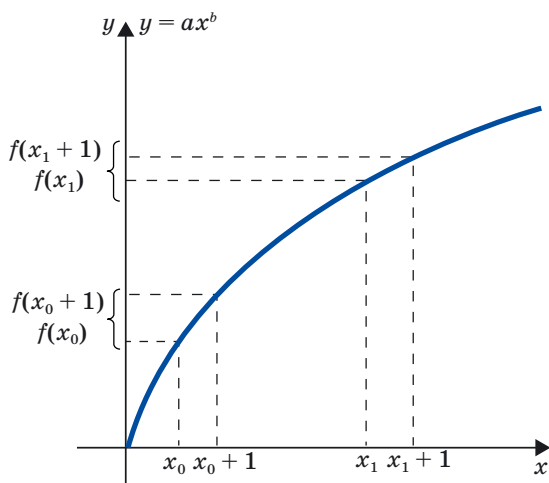


Рис. 1. График производственных функций $y = ax^b$

Многофакторные или многоресурсные ПФ описывают зависимость величины исследуемого результативного показателя производственной деятельности от различных показателей-факторов (например, связь объема выпуска с затратами рабочего времени, затратами различных видов сырья, расходами комплектующих изделий, а также энергии и основного капитала).

В этом случае аналитической формой записи ПФ служит уравнение

$$y = f(x),$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)n$ — мерный показатель-фактор; y — результативный показатель.

Различают линейные или нелинейные ПФ. Типичным представителем широкого класса нелинейных многофакторных ПФ является функция Кобба–Дугласа [6; 8; 9].

Целью теории производства является изучение поведения фирмы с точки зрения рационального функционирования, а также определение управляющего воздействия,

что невозможно без прогнозирования — одно из важнейших направлений при практическом использовании производственных функций. Предполагается, что закономерности и зависимости, выявленные в прошлом, сохраняются и в будущем, что делает возможным применение в прогнозировании производственных функций. Следует отметить, что статистически выведенные закономерности могут претерпеть существенные изменения в самом ближайшем будущем, поэтому к таким прогнозам следует относиться с осторожностью, но отвергать полностью неправильно [1; 7].

Каковы бы ни были исследования и расчеты в будущем, они опираются на анализ исходных данных прошлого и настоящего. Следует отметить, что простые модели, в частности, построенные с помощью производственных функций, дают более точные прогнозные оценки экономических показателей, так как простота модели в значительной степени гарантирует ее адекватность, поскольку более сложные зависимости часто априорно трудноуловимы на ограниченном временном интервале, но в то же время допускают аппроксимацию достаточно простыми функциями. Иными словами, сложная модель может в большей степени выражать второстепенные взаимосвязи между переменными в ущерб основным или отражать не закономерность развития на фоне случайности, а саму случайность.

Часто при исследовании и прогнозировании экономических показателей используются функции одного аргумента, в качестве которого выступает время, поэтому для описания временного ряда, характеризующего изменение рассматриваемого показателя во времени, строится геометрическое место точек, аналитическим выражением которого служит функция

$$y_t = f(t),$$

отражающая тенденцию его развития.

Приведем примеры [4] наиболее часто употребляемых функций:

- линейная $y_t = a_0 + a_1 t$;
- степенная $y_t = a_0 t^{a_1}$;
- полиномиальная $y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n$ и др.

В качестве образца возьмем уравнение (квадратичная функция), описывающее динамику численности населения СССР и России за период с 1959 по 2002 г. Данное уравнение имеет вид:

$$y_t = -78\,752,745\,955 + 78,943\,512t - 0,019\,747t^2,$$

где начальным периодом ($t = 1$) является 1959 г.; y_t — численность населения, млн чел. Ее прогноз, скажем, на 2005 г. составляет 145,848 335 млн чел.

Метод прогнозирования с применением временных функций не является панацеей, так как поведение результирующего экономического показателя y_t определяется не временем, а его состояниями (y_{t-1} , y_{t-2} и т. д.) в предшествующие периоды.

Приведенные функции, описывающие временной ряд, нельзя отнести к классу производственных функций, цель построения которых количественно оценить, измерить характер и степень влияния факторов на результат производства. Временные функции, применяемые в прогнозировании, используются для получения точечного и интервального прогноза с тем, чтобы рассчитать ближайшую перспективу развития моделируемого процесса и сравнить результаты, полученные на основе других моделей и методов.

Уровни временного ряда одинаково влияют на аналитический вид и параметры уравнения $y_t = f(t)$, однако прогнозируемый ($t + 1$) уровень показателя в значительной степени определяется уровнями ближайших предшествующих периодов, что определяет использование авторегрессионных моделей $y_t = f(y_{t-k-1}, y_{t-k-2}, \dots, y_{t-k-n})$, позволяющих прогнозировать с достаточной степенью надежности, кроме того для построения временного ряда и авторегрессионной функции необходимы только значения исследуемого показателя.

В прогнозировании также часто используются однофакторные или многофакторные ПФ вида:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

в которых роль факторов выполняют объемы производственных ресурсов, а роль результирующего фактора — объем производства в прогнозируемом периоде.

Пусть, например, по данным динамических рядов определены параметры линейной ПФ, описывающей зависимость выпуска от затрат:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n.$$

Здесь все ресурсы полностью замещаемы. Предельная производительность и предельная норма замещения постоянны (не зависят от объемов занятых в производстве ресурсов). Эластичность замещения бесконечно велика, а эластичность производства равна единице. Следовательно, имеет место постоянная отдача от масштаба производства.

Соответствующими расчетами на прогнозируемый период можно найти объемы затрат, а ПФ позволит рассчитать прогноз объема выпуска на тот же период.

На рассмотренном примере можно сделать вывод о том, что в отличие от временных и авторегрессионных функций, не дающих инструмента для воздействия на влияющие факторы, ПФ в качестве объясняющих переменных использует факторы, воздействующие на уровни объясняемой переменной.

В каждой группе приведенных функций можно выделить сильные и слабые стороны, и поэтому возникает желание попытаться объединить их достоинства и построить факторно-временные модели прогнозирования, включающими наряду с объясняющими переменными время:

$$y_t = f(x_1, x_2, \dots, x_n, t).$$

Основным источником исходных данных при написании данной статьи послужила Федеральная служба государственной статистики РФ¹. Приведем результаты расчетов по прогнозированию ВВП России на основе построенной временной модели (рис. 2).

Regression Summary for Dependent Variable: BBP (Spreadsheet2)						
R= .98512197 R²= .97046529 Adjusted R²= .96800407						
F(1,12)=394.30 p<.00000 Std. Error of estimate: 3.6337						
N=14	b*	Std. Err. of b*	b	Std. Err. of b	t(12)	p-value
Intercept			-3.68715	2.051291	-1.79748	0.097451
Год	0.985122	0.049611	4.78380	0.240912	19.85703	0.000000

Рис. 2. Результаты расчетов для временной модели в пакете «Statistica»

По исходным данным с 2000 по 2013 г. путем построения линейной модели парной регрессии была получена функция, зависящая от времени t и имеющая вид:

$$y = -3,687\,2 + 4,783\,8t,$$

где y — ВВП, трлн р.; t — года, причем $t_{2000} = 1$.

Анализ числовых характеристик полученной модели говорит о ее хорошем качестве: множественный $R = 0,985$ указывает на наличие сильной корреляции между ВВП и t , коэффициент детерминации $R^2 = 0,97$, т. е. 97 % вариабельности ВВП объясняется влиянием времени, статистика $F(394, 3)$ показывает статистическую значимость построенной модели в целом.

Несмотря на отличные числовые характеристики временной модели визуальный анализ исходных и расчетных данных показывает непригодность модели для прогнозирования (рис. 3). В связи с этим рядом авторов были предприняты попытки исправить этот недостаток временных моделей включением в них дополнительного количественного фактора, например, прогнозирование выплавки стали в США в зависимости от времени и объема производства продукции в автомобилестроении [8]. По аналогии с

¹ URL: <https://tverstat.gks.ru>.

этим нами была предпринята попытка прогнозирования ВВП в зависимости от времени и численности занятых в Российской Федерации в среднем за год (млн чел.).

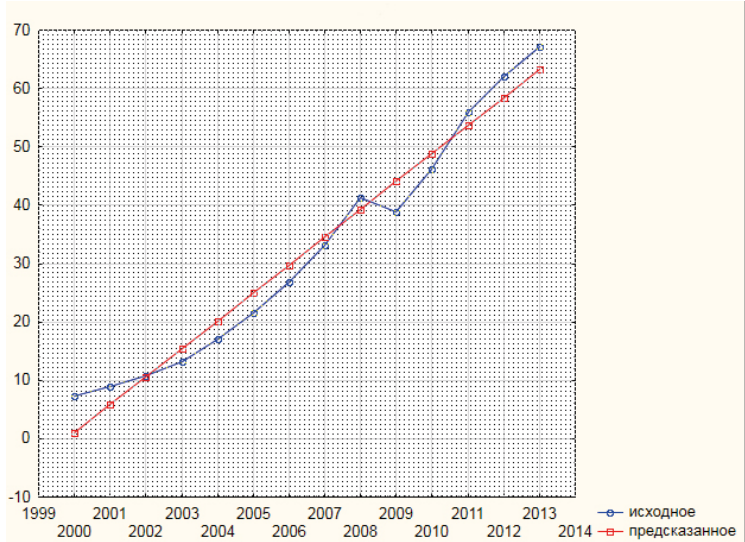


Рис. 3. Сравнение исходных данных валового внутреннего продукта с расчетными по временной модели за 2000–2013 гг.

Построение факторно-временной функции по тем же исходным данным с включением численности занятых в Российской Федерации в среднем за год x начнем с рассмотрения линейной зависимости. Анализ числовых характеристик построенной модели показывает отсутствие линейной связи ВВП с численностью занятых, что привело к функции

$$\ln y = -90,780\ 7 + 8,365\ 926 \ln x + 0,112\ 503 t,$$

где в силу нелинейной зависимости ВВП от численности занятых факторы x и y были прологарифмированы (рис. 4).

Regression Summary for Dependent Variable: BBП (Spreadsheet9)						
R= ,99699566 R?= ,99400034 Adjusted R?= ,99290949						
F(2,11)=911,22 p<,000000 Std. Error of estimate: ,06272						
N=14	b*	Std. Err. of b*	b	Std. Err. of b	t(11)	p-value
Intercept			-90,7807	16,31776	-5,56330	0,000169
численность занятых	0,380138	0,066911	8,3659	1,47255	5,68126	0,000142
год	0,631897	0,066911	0,1125	0,01191	9,44387	0,000001

Рис. 4. Результаты расчетов для факторно-временной модели в пакете «Statistica»

Расхождение исходного и расчетного рядов данных начиная с 2012 г. показывает, что прогноз значения ВВП в 2014 г. будет значительно отличаться от фактического, что делает сомнительным правомочность использования модели для прогнозирования (рис. 5).

Неоклассические положения теории производственных функций [4; 8; 9] делают необходимым рассматривать прогнозирование ВВП на основе данных о численности занятых в Российской Федерации в среднем за год и основных фондов по полной учетной стоимости на конец года с использованием мультипликативной зависимости

$$y = a_0 x^{\alpha_1} z^{\alpha_2},$$

где x — по-прежнему численность занятых в Российской Федерации в среднем за год, млн чел.; z — основные фонды по полной учетной стоимости на конец года, млн р.

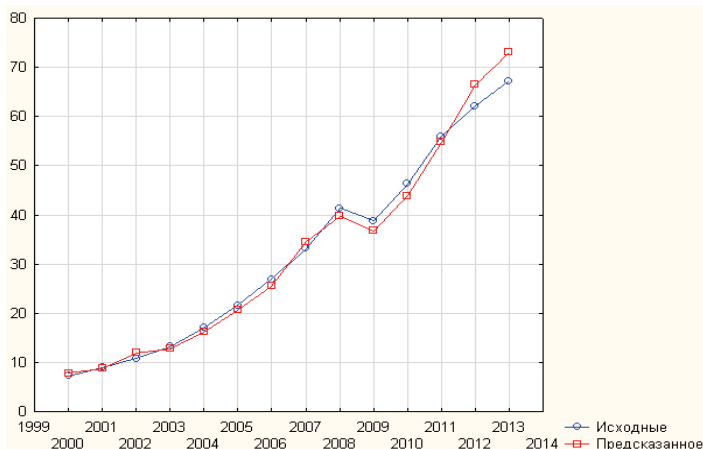


Рис. 5. Сравнение исходных данных валового внутреннего продукта с расчетными по факторно-временной модели с двумя факторами-регрессорами за 2000–2013 гг.

Приведем результаты расчетов по прогнозированию ВВП России на основе построенной факторно-временной модели с тремя факторами-регрессорами (рис. 6).

Regression Summary for Dependent Variable: ВВП (Spreadsheet5)						
R= ,99776562 R²= ,99553624 Adjusted R²= ,99419711 F(3,10)=743,42 p<,00000 Std. Error of estimate: ,05674						
N=14	b*	Std. Err. of b*	b	Std. Err. of b	t(10)	p-value
1			-84,8279	15,10677	-5,61522	0,000223
2	0,314293	0,070172	6,9168	1,54431	4,47892	0,001181
3	0,542342	0,292377	0,6088	0,157935	3,85494	0,009329
4	0,153164	0,265088	0,0273	0,010579	2,57779	0,005762

Рис. 6. Результаты расчетов для факторно-временной модели в пакете «Statistica»

Построенная факторно-временная модель имеет вид:

$$\ln y = -84,8279 + 6,9168 \ln x + 0,6088 \ln z + 0,0273 t.$$

Анализ числовых характеристик полученной модели говорит о ее хорошем качестве: множественный $R = 0,9977$ указывает на наличие сильной корреляции между ВВП x , z и t , коэффициент детерминации $R^2 = 0,99$, т. е. 99 % вариативности ВВП объясняется влиянием численности занятых, основных фондов и временем, статистика $F(743, 42)$ показывает значимость построенной модели в целом.

Пригодность рассматриваемой модели для прогнозирования наглядно демонстрируется графиком (рис. 7).

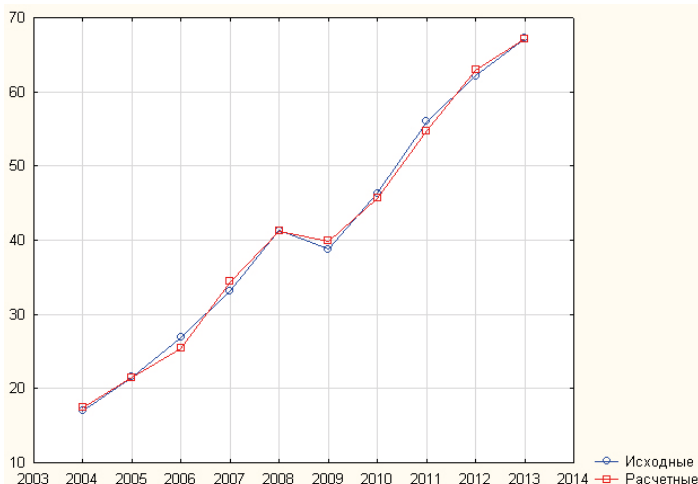


Рис. 7. Сравнение исходных данных валового внутреннего продукта с расчетными по факторно-временной модели с тремя факторами-регрессорами «Predicted» за 2000–2013 гг.

Сравнение результатов прогнозирования ВВП на 2014 г. по трем построенным моделям приведено в таблице. Таким образом, прогнозы, полученные по третьей модели получаются значительно точнее, следовательно, использование факторно-временной функции с большим количеством факторов регрессоров позволяет более успешно посчитать результирующий фактор.

Результаты прогнозирования валового внутреннего продукта РФ на 2014 г.

Показатель	Фактический ВВП	Прогноз		
		По уравнению регрессии	По факторно-временной модели с двумя факторами-регрессорами	По факторно-временной модели с тремя факторами-регрессорами
Валовой внутренний продукт, трлн р.	73,993	68,069 78	73,149 75	73,981 27
Абсолютная ошибка прогноза	–	–5,923 22	–0,843 25	–0,011 73
Относительная ошибка прогноза	–	–8,005 1	–1, 139 6	–0,000 16

Факторно-авторегрессионные функции, о которых говорилось ранее, используются в прогнозировании довольно редко, что связано с трудностями избавления от мультиколлинеарности, невозможности получения оценок параметров модели.

При прогнозировании экономических показателей применяют точечный и интервальный прогнозы.

Точечный прогноз — это прогноз, который называет единственное значение прогнозируемого показателя. Значение точечного прогноза получается путем подстановки в выбранное уравнение величин, влияющих на результирующую переменную независимых факторов, значения которых могут принадлежать исходному массиву значений, так и вне его [3].

Интервальный прогноз позволяет рассчитать интервал значений, в котором с достаточной долей уверенности можно ожидать уровень прогнозируемой величины.

Приведем один из методов расчета границ интервала:

– нижняя (левая) граница $\hat{y}_{t+l} - t_{табл} \cdot \sigma$;

– верхняя (правая) граница $\hat{y}_{t+l} + t_{табл} \cdot \sigma$;

где $t_{табл} \cdot \sigma$ — доверительный полуинтервал, $t_{табл}$ принимается при уровне значимости 0,05 и степени свободы $n - 2$; σ — стандартное отклонение фактических уровней переменной y от рассчитанных по модели [7].

Точечный прогноз редко совпадает с фактическим значением исследуемой величины, следовательно, должен сопровождаться интервальным прогнозом, т. е. доверительным интервалом, с заданной вероятностью покрывающим прогнозируемое значение.

Построим доверительный интервал для прогнозируемого значения ВВП на 2014 г. на примере факторно-временной модели. Точечный прогноз рассчитывается при значениях переменных $t = 15$, $x = 70\,447$, $z = 163\,006\,105$, но в силу нелинейной зависимости переменных y и x , z в уравнение подставлялось $\ln(70\,447) = 11,162\,52$, $\ln(163\,006\,105) = 18,909\,3$, а точечный прогноз 4,303 8 и границы доверительного интервала 4,183 3 и 4,424 3 найдены потенцированием этих значений 73,983 4; 65,585 2; 83,457 1 (рис. 8).

Predicting Values for (Spreadsheet2) variable: vvp			
Variable	b-Weight	Value	b-Weight * Value
числ	6,916847	11,16262	77,2101
оф	0,608828	18,90930	11,5125
время	0,027269	15,00000	0,4090
Intercept			-84,8279
Predicted			4,3038
-95,0%CL			4,1833
+95,0%CL			4,4243

Рис. 8. Диалоговое окно для расчета прогнозируемого значения в пакете «Statistica»

На графике зона доверительного коридора прогноза, построенного для временной функции, образована двумя кривыми, кривизна которых вызвана ошибкой прогноза. Чем больше t , тем шире доверительный коридор, что оправдано ростом неопределенности и уменьшением надежности точечного прогноза (рис. 9).

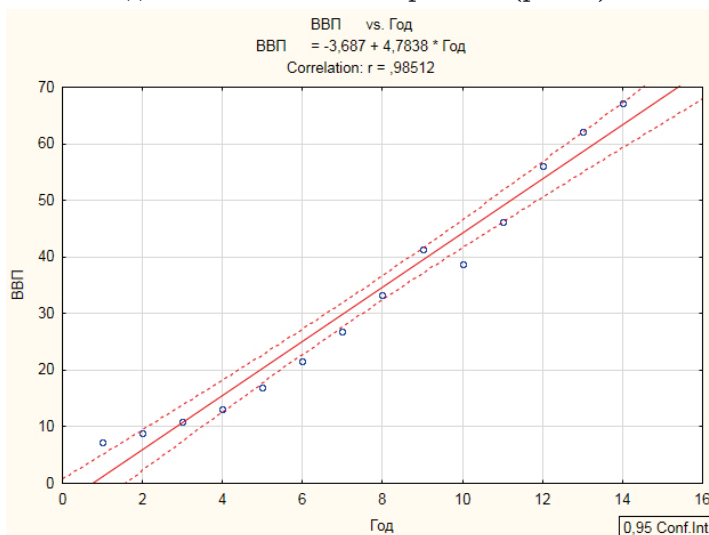


Рис. 9. Доверительный коридор прогноза временной функции

Главной целью построения временной и факторно-временных моделей является выявление наличия взаимосвязи между ВВП и численностью занятых по субъектам Российской Федерации в среднем за год, основными фондами по полной учетной стоимости на конец года, а также временем. Анализ проведенных в статье исследований показал, что использование временной модели не позволяет рассчитать прогноз на 2014 г., соответствующий действительности. С другой стороны, использование производственных функций как метода анализа экономических зависимостей дало лучший результат. Представленные в статье преимущества производственных функций и их применение в прогнозировании, при этом включение дополнительного третьего фактора, привело к значительно более точному прогнозу. Выбор факторов, обуславливающих рост ВВП, согласуется с теоретическими постулатами экономической теории, и, следовательно, без факторного анализа, а только на основе исследования поведения временного ряда, нельзя эффективно оценивать и прогнозировать ВВП.

Список использованной литературы

1. Айвазян С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. — М. : Юнити-Дата, 2001. — 656 с.
2. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику / С. А. Ашманов. — М. : Наука, 1984. — 299 с.
3. Ежова Л. Н. Эконометрика: начальный курс с основами теории вероятностей и математической статистики : учеб. пособие / Л. Н. Ежова. — 2-е изд., испр. и перераб. — Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2008. — 287 с.
4. Иванилов Ю. П. Математические модели в экономике / Ю. П. Иванилов, А. В. Лотов. — М. : Наука, 1979. — 304 с.
5. Курганский С. А. Фундаментальные показатели экономики / С. А. Курганский. — Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2009. — 116 с.
6. Лотов А. В. Введение в экономико-математическое моделирование / А. В. Лотов. — М. : Наука, 1984. — 392 с.
7. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс : учебник / Я. Р. Магнус, П. К. Катыхев, А. А. Пересецкий. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Дело, 2004. — 576 с.
8. Самуэльсон П. Экономика : в 2 т. / П. Самуэльсон. — М. : Алгон : ВНИИСИ, 1992. — 745 с.
9. Терехов Л. Л. Производственные функции / Л. Л. Терехов. — М. : Статистика, 1974. — 129 с.

10. Черников А. П. Формирование стратегии развития региональных социально-экономических систем / А. П. Черников. — Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2002. — 203 с.

References

1. Aivazyan S. A., Mkhitaryan V. S. *Prikladnaya statistika i osnovy ekonometriki* [Applied statistics and basics of econometrics]. Moscow, Yuniti-Data Publ., 2001. 656 p.
2. Ashmanov S. A. *Vvedenie v matematicheskuyu ekonomiku* [Introduction into mathematical economics]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 299 p.
3. Ezhova L. N. *Ekonometrika: nachal'nyi kurs s osnovami teorii veroyatnostei i matematicheskoi statistiki* [Econometrics: A beginning course with basics of probability theory and mathematical statistics]. 2nd ed. Irkutsk, Baikal State University of Economics and Law Publ., 2008. 287 p.
4. Ivanilov Yu. P., Lotov A. V. *Matematicheskie modeli v ekonomike* [Mathematical models in economy]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 304 p.
5. Kurgansky S. A. *Fundamental'nye pokazateli ekonomiki* [Fundamental economic indicators]. Irkutsk, Baikal State University of Economics and Law Publ., 2009. 116 p.
6. Lotov A. V. *Vvedenie v ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie* [Introduction into Economic and Mathematical Modelling]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 392 p.
7. Magnus Ya. R., Katyshev P. K., Peresetsky A. A. *Ekonometrika. Nachal'nyi kurs* [Econometrics. A beginning Course]. 6th ed. Moscow, Delo Publ., 2004. 576 p.
8. Samue'son P. *Ekonomika* [Economics]. Moscow, Algon Publ., VNIISI Publ., 1992. 745 p.
9. Terekhov L. L. *Proizvodstvennye funktsii* [Production functions]. Moscow, Statistika Publ., 1974. 129 p.
10. Chernikov A. P. *Formirovanie strategii razvitiya regional'nykh sotsial'no-ekonomicheskikh sistem* [Formation of development strategy of regional socio-economic systems]. Irkutsk, Baikal State University of Economics and Law Publ., 2002. 203 p.

Информация об авторах

Белых Татьяна Ивановна — кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра информатики и кибернетики, Байкальский государственный университет экономики и права, 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, e-mail: bti_baikal@mail.ru.

Бурдуковская Анна Валерьевна — кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра информатики и кибернетики, Байкальский государственный университет экономики и права, 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, e-mail: buran_baikal@mail.ru.

Authors

Tatyana I. Belykh — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Chair of Computer Science and Cybernetics, Baikal State University of Economics and Law, 11 Lenin St., 664003, Irkutsk, Russian Federation; e-mail: bti_baikal@mail.ru.

Anna V. Burdukovskaya — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Chair of Computer Science and Cybernetics, Baikal State University of Economics and Law, 11 Lenin St., 664003, Irkutsk, Russian Federation; e-mail: buran_baikal@mail.ru.

Библиографическое описание статьи

Белых Т. И. Применение производственных функций в прогнозировании / Т. И. Белых, А. В. Бурдуковская // Baikal Research Journal. — 2015. — Т. 6, № 4. — DOI : [10.17150/2411-6262.2015.6\(4\).20](https://doi.org/10.17150/2411-6262.2015.6(4).20).

Reference to article

Belych T. I., Burdukovskaya A. V. Application of production functions in forecasting. *Baikal Research Journal*, 2015, vol. 6, no 4. DOI: [10.17150/2411-6262.2015.6\(4\).20](https://doi.org/10.17150/2411-6262.2015.6(4).20).