

МНОГООТКЛИКОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Аннотация. При исследовании сложных экономических, сельскохозяйственных, энергетических, производственных и других систем с той или иной интенсивностью в последние два десятилетия использовались машинные имитационные эксперименты, основу которых составляют методы математической статистики и методы решения специфических экстремальных задач. В статье представлены вопросы моделирования и прогнозирования экономических систем. Рассматривается имитационный метод статистической аппроксимации, ориентированный на комплекс математико-статистических методов и моделей. Дается определение системы многооткликовых аппроксимирующих моделей, описаны способы построения и предложен метод проверки их адекватности. Приводятся обобщенная технологическая схема процесса построения моделей и алгоритм вычисления коэффициентов регрессионных уравнений многооткликовых моделей. Находятся оценки параметров аппроксимирующих моделей, проверяется адекватность каждой конкретной функции. Результаты проведенного исследования показали работоспособность разработанной многооткликовой экономической модели и возможность эффективного ее использования в прогнозировании.

Ключевые слова. Имитационное моделирование; прогнозирование; экономическая система; аппроксимация; регрессионный анализ; метод наименьших квадратов.

Информация о статье. Дата поступления 29 сентября 2014 г.; дата принятия к печати 25 декабря 2014 г.; дата онлайн-размещения 31 января 2015 г.

Nguyen Van Dyk

*Irkutsk State Technical University,
Irkutsk, Russian Federation*

MULTI-RESPONSE MODELING IN FORECASTING ECONOMIC SYSTEMS

Abstract. Investigations of complex economic, agricultural, energetical, industrial and other systems with various intensity have been making use during two decades of machine simulation experiments which basics is composed by methods of mathematical statistics and methods of solving specific extremal tasks. The article presents the issues of modeling and forecasting economic systems. It considers a simulation method of statistical approximation oriented to a complex of mathematical and statistical methods and models. It gives the definition of a system of multi-response approximating models, describes ways of building-up and offers a method of verifying their adequacy as well as summarizes the technological scheme of the model building-up process and the algorithm for computing coefficients of regression equations for multi-response models. The article identifies parameter assessments for approximating models, verifies the adequacy of each specific function. The results of the investigation have shown the feasibility of the developed multi-response economic model and the possibility of its efficient use in forecasting.

Keywords. Simulation modeling; forecasting; economic system; approximation; regression analysis; method of least squares.

Article info. Received September 29, 2014; accepted December 25, 2014; available online January 31, 2015.

Моделирование экономических систем изучает целостную макроэкономическую систему: национальную экономику, экономику региона, а также взаимодействие таких систем. Математические модели и методы моделирования экономических объектов являются необходимыми для управления экономическими объектами. Моделирование экономических систем актуально для специалистов по управлению экономическими объектами, особенно для тех, кто связан с созданием автоматизированных систем управления экономическими объектами.

В основе предлагаемой работы лежит имитационный метод статистической аппроксимации, ориентированный на комплекс математико-статистических методов и моделей. Применение этого метода особенно важно на стадии прогнозирования сложных экономических систем, когда речь идет об исследовании влияния нескольких ключевых факторов на поведение моделируемой системы.

Согласно классификации моделирования экономических систем они могут быть как многооткликовые, так и однооткликовые. Про однооткликовые системы написано достаточно много (см. напр.: [4; 8; 10]).

В статье рассматриваются элементы многооткликowego регрессионного анализа, являющиеся основой для расчета оценок параметров при построении модели процесса. В многооткликовой модели имеется большое разнообразие возможных типов линейных моделей, которые можно использовать для описания поведения объекта исследования. Мы рассмотрим традиционную многооткликую модель, модель псевдонезависимых регрессий и модель с общими параметрами, оставляя в стороне такие типы, как системы одновременных уравнений [3].

Характерной особенностью традиционной многооткликовой модели является то, что в уравнениях регрессии всех откликов одинаковый состав регрессоров, а также она не предусматривает взаимодействие между откликами. Таким образом, актуальность исследования обусловлена необходимостью разработки математических моделей экономических систем в случае одновременного измерения нескольких выходных величин.

Основным этапом при разработке имитационным методом статистической аппроксимации моделей сложных экономических систем с большим количеством входов и несколькими выходами (откликами) является построение систем многооткликowych аппроксимирующих моделей (рис. 1). Предлагаемая упрощенная схема многоуровневой иерархии имитационного моделирования, в рамках которой выделены основные этапы исследования сложных экономических систем, позволяет с содержательной точки зрения обосновать эффективность использования методов регрессионного анализа для их аппроксимации. Особое внимание при этом уделяется необходимости применения машинных имитационных экспериментов, для которых сформулированы основные принципы построения моделирующих алгоритмов с целью решения конкретных задач аппроксимации сложных моделей экономических систем. В настоящее время рассматриваются несколько разновидностей аппроксимационных задач:

- детерминистическая аппроксимация [2; 4; 9];
- классическая регрессия [2; 4];
- регрессионные модели второго рода.

Решение задачи аппроксимации в целом можно выполнить лишь в процессе имитационного эксперимента [1; 6; 11]. Предлагаемый способ построения многооткликowych аппроксимирующих моделей позволяет легко учитывать различные структуры откликов. Рассматриваются некоторые частные, но важные в имитационных экспериментах варианты модели [12]:

$$y_i = \eta(x_i, \Theta) + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n},$$

где $y_i^T = (y_{1i}, \dots, y_{\ell i})$ — результаты измерений в точке x_i или зависимые переменные (отклики); $\eta^T(x_i, \Theta) = \|\eta_1(x_i, \Theta), \dots, \eta_\ell(x_i, \Theta)\|$ — заданные функции; $x_i^T = (x_{1i}, \dots, x_{ki})$ — независимые переменные; ε_i — случайные ошибки.



Рис. 1. Блок-схема имитационного метода статистической аппроксимации

Величины y_1, y_2, \dots, y_ℓ могут быть коррелированы. Можно предполагать их дисперсионную матрицу известной:

$$D(y/x) = \begin{bmatrix} \delta_{11}^2 & \delta_{12} & \dots & \delta_{1\ell} \\ \delta_{21} & \delta_{22}^2 & \dots & \delta_{2\ell} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{\ell 1} & \delta_{\ell 2} & \dots & \delta_{\ell\ell}^2 \end{bmatrix}.$$

При линейной параметризации функции $\eta^T(x_i, \Theta)$ представлены в виде

$$\eta(x, \Theta) = F^T(x)\Theta,$$

где $\Theta^T = (\theta_1, \dots, \theta_m)$ — неизвестные параметры;

$$F(x) = (f_1(x), \dots, f_\ell(x)) = \begin{pmatrix} f_{11}(x) & \dots & f_{1\ell}(x) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{m1}(x) & \dots & f_{m\ell}(x) \end{pmatrix}.$$

Здесь $f_{aj} = (x)$ — непрерывные функции; $x \in X$, при этом область X компактная.

При линейной параметризации наилучшие линейные несмещенные оценки [7] имеют следующий вид:

$$\hat{\Theta} = M^{-1}Y,$$

где

$$M = \sum_{i=1}^n F(x_i)\omega_i F^T(x_i);$$

$$Y = \sum_{i=1}^n F(x_i)\omega_i y_i;$$

$$\omega_i = D^{-1}(y / x_i).$$

Разработанную автором модель применили для анализа и прогнозирования развития экономической системы Вьетнама. Ретроспективные данные за последние 18 лет приведены в табл. 1. Исходная задача представлена в виде упрощенной кибернетической системы S (рис. 2).

Таблица 1

Данные факторов и откликов за 1995–2012 гг.

Год	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
1995 (1)	71 995,5	72 447	112 580,0	228 892	62 131
1996 (2)	73 156,7	87 394	149 432,0	272 036	74 117
1997 (3)	74 306,9	108 370	180 428,9	313 623	88 754
1998 (4)	75 456,3	117 134	208 676,8	361 017	104 875
1999 (5)	76 596,7	131 171	244 137,5	399 942	110 503
2000 (6)	77 635,4	151 183	317 991,2	441 646	130 827
2001 (7)	78 685,8	170 496	395 809,2	481 295	150 033
2002 (8)	79 727,4	200 145	476 350,0	535 762	177 983
2003 (9)	80 902,4	239 246	620 067,7	613 443	217 434
2004 (10)	82 031,7	290 927	80 8958,3	713 071	253 686
2005 (11)	82 749,2	343 135	988 540,0	914 000	298 543
2006 (12)	83 311,2	404 712	1 199 139,5	1 061 600	358 629
2007 (13)	84 218,5	532 093	1 466 480,1	1 246 800	493 300
2008 (14)	85 118,7	616 735	1 903 128,1	1 616 000	589 746
2009 (15)	8 6025,0	708 826	2 298 086,6	1 809 100	632 326
2010 (16)	86 932,5	830 278	2 963 499,7	2 157 800	770 211
2011 (17)	87 840,0	877 850	3 695 091,9	2 779 900	827 032
2012 (18)	88 772,9	989 300	4 627 733,1	3 245 400	884 160

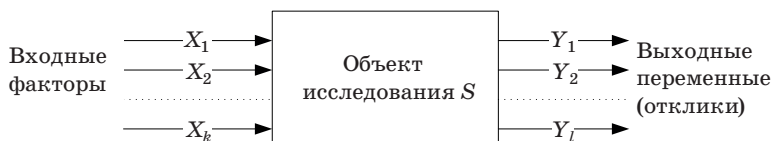


Рис. 2. Кибернетическая схема связей экономической системы

В качестве откликов выбрали следующие показатели: Y_1 — валовой внутренний продукт (ВВП), млрд донгов; Y_2 — валовое накопление капитала (ВНК), млрд донгов. В качестве факторов, влияющих на отклики, использовали такие показатели, как X_1 — население, тыс. чел.; X_2 — инвестиция, млрд донгов; X_3 — валовая продукция промышленности (ВПП), млрд донгов.

При этом за основу дальнейших исследований была взята модель

$$\begin{cases} y_1 = \eta(x_1, \theta) + \varepsilon_1 \\ y_2 = \eta(x_2, \theta) + \varepsilon_2 \end{cases}.$$

Или по другой формуле

$$\begin{cases} y_1 = \theta_{11}f_{11}(x) + \theta_{12}f_{12}(x) + \dots + \theta_{1m1}f_{1m1}(x) \\ y_2 = \theta_{21}f_{21}(x) + \theta_{22}f_{22}(x) + \dots + \theta_{2m2}f_{2m2}(x) \end{cases}.$$

При решении задачи получили следующие значения:

- количество наблюдений $n = 18$;
- количество коэффициентов уравнения $m_1 = 4$ и $m_2 = 3$;
- количество откликов $l = 2$;
- функции $f_{11}(x) = 1$; $f_{12}(x) = X_1$; $f_{13}(x) = X_2$; $f_{14}(x) = X_3$; $f_{21}(x) = 1$; $f_{22}(x) = X_2 / X_1$; $f_{23}(x) = X_3$; $f_{24}(x) = 0$.

На основе данных, полученных путем реализации имитационных экспериментов, получена модель экономической системы:

$$\begin{cases} Y_1 = -138\,974,96 + 4,14X_1 + 0,361\,73X_2 + 0,581\,82X_3 \\ Y_2 = -28\,587,74 + 81\,156,22\frac{X_2}{X_1} + 0,005\,325\,8X_3 \end{cases}.$$

Значения результирующего показателя, взятые из табл. 1, можно назвать фактическими, а значения, рассчитанные с помощью уравнений регрессии для фактических значений факторов, можно назвать расчетными. Фактические и расчетные значения приведены в табл. 2 и показаны на рис. 3 и 4.

Таблица 2

Фактические и расчетные значения

Год	Y_1	\hat{Y}_1	Y_2	\hat{Y}_2
1995 (1)	228 892	250 793	62 131	53 677
...				
2011 (17)	2 779 900	2 692 085	827 032	802 145
2012 (18)	3 245 400	3 278 886	884 160	900 476

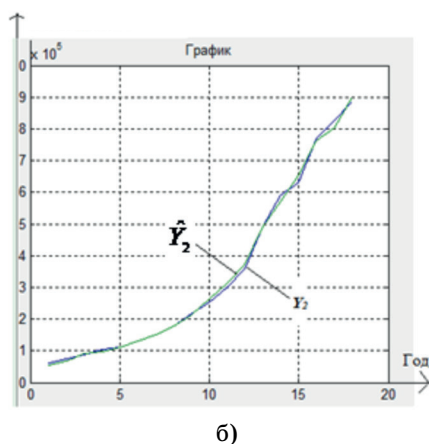
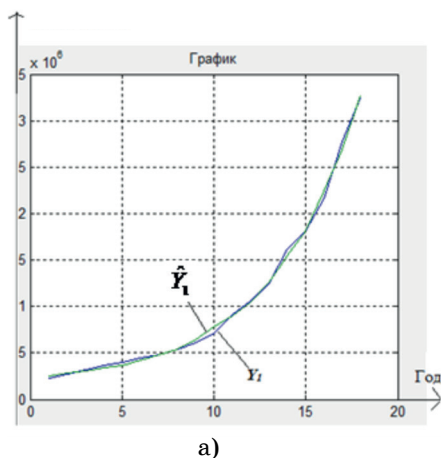
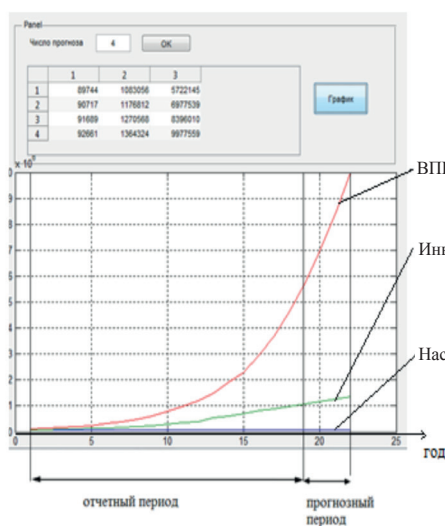
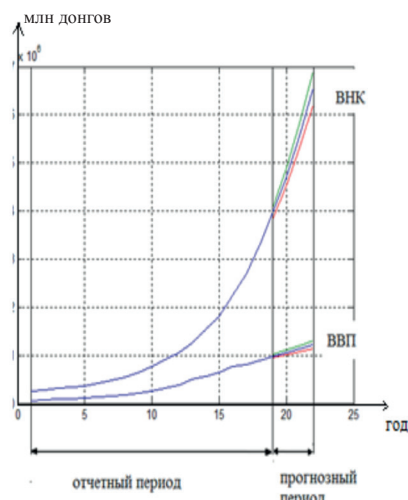


Рис. 3. График фактических и расчетных значений, млн донгов:
а — валовой внутренний продукт; б — валовое накопление капитала



а)



б)

Рис. 4. Динамика факторов (а) и откликов (б)

О качестве моделей регрессии можно судить по значениям коэффициента детерминации. Коэффициентом детерминации, или долей объясненной дисперсии y , называется [5]. О качестве моделей регрессии можно судить по значениям коэффициента детерминации (или доли объясненной дисперсии y [5]):

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{ост.}}{SS_{общ.}} = \frac{SS_R}{SS_{общ.}}.$$

При этом общая сумма квадратов

$$SS_{общ.} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

разбивается на две части — объясненную регрессионным уравнением и не объясненную (т. е. связанную с ошибками ε_i):

$$SS_{общ.} = SS_R + SS_{ост.},$$

где

$$SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2;$$

$$SS_{общ.} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

В силу определения $0 \leq R^2 \leq 1$ возможны два случая:

– если $R^2 = 0$ — значит, что регрессия ничего не дает, т. е. фактор x не улучшает качество предсказания y_i по сравнению с тривиальным предсказанием $\hat{y}_i = \bar{y}$;

– если $R^2 = 1$, то это означает точную подгонку: все наблюдаемые значения (x_i, y_i) лежат на регрессионной прямой (все остатки $\varepsilon_i = 0$).

Чем ближе к 1 значение R^2 , тем лучше качество подгонки или качество регрессии, \hat{y} более точно аппроксимирует y .

Для оценки точности регрессионных моделей обычно используются статистические критерии точности, что и для трендовых моделей, в частности, средняя относительная ошибка аппроксимации

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| : y_i}{n} 100\%,$$

где \bar{A} — ошибка аппроксимации; y_i — фактические значения; \hat{y}_i — расчетные значения.

Проверка значимости модели регрессии проводится с использованием критерия Фишера, расчетное значение которого находится как отношение дисперсии исходного ряда наблюдений изучаемого показателя и несмещенной оценки дисперсии остаточной последовательности для данной модели. Если расчетное значение этого критерия со степенями свободы $\nu_1 = n - 1$ и $\nu_2 = n - m - 1$, где n — количество наблюдений и m — число включенных в модель факторов, больше табличного значения критерия Фишера при заданном уровне значимости, то модель признается значимой.

В нашей задаче коэффициенты детерминации R^2 составили 0,997 8 и 0,998 2 соответственно. Адекватность полученных моделей проверялась с использованием критерия Фишера, по результатам проверки модели признаны адекватными. Ошибка аппроксимации составляет менее 5 % среднего значения зависимой переменной. На основании математической модели можно прогнозировать значение ВВП, ВВК при заданных значениях факторов.

При долгосрочном прогнозировании перечисленных показателей экономической системы предполагаются заданными:

- отчетные значения факторов x_1, x_2, x_3 и откликов y_1, y_2 , по которым определяются численные параметры функциональных зависимостей между ними;
- прогнозные значения факторов, по которым с помощью найденных функциональных зависимостей дается прогноз откликов (рис. 4). При этом количество реализаций значений $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$, т. е. продолжительность периода «обучения», должно быть значительно больше длительности собственно периода прогнозирования.

Как и в любой статистической модели, параметры функциональной зависимости и, следовательно, значения прогнозных показателей могут быть получены в виде доверительных интервалов регрессии

$$y_j \pm t_\alpha S \sqrt{x_p^T (X^T X)^{-1} x_p},$$

где t_α — табличное значение t -критерия (Стьюдента) при заданной (обычно 95%-ной) доверительной вероятности; S — стандартная ошибка, вычисляемая по формуле

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - m - 1}};$$

$x_p^T = (1, x_1, x_2, \dots, x_m)$ — вектор прогнозных значений факторов с учетом их парного взаимодействия; $p=1, \bar{n}$ — номер наблюдения.

Таким образом, многооткликовые регрессионные модели являются одним из наиболее естественных инструментов при имитационном экспериментировании над моделями сложных экономических систем. На основе многоотливковой математической модели экономической системы возможно, в частно-

сти, реализовать метод прогнозирования с учетом доверительного интервала. Так, возможности применения предлагаемого автором метода в последнее время обсуждаются во Вьетнаме.

Список использованной литературы

1. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. — М. : Мир, 1976. — 760 с.
2. Афифи А. Статистический анализ: подход с использованием ЭВМ : пер. с англ. / А. Афифи, С. Эйзен. — М. : Мир, 1982. — 488 с.
3. Джонстон Дж. Эконометрические методы / Дж. Джонстон. — М. : Статистика, 1980. — 444 с.
4. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ : пер. с англ. : в 2 кн. / Н. Дрейпер, Г. Смит. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Финансы и статистика, 1986. — Кн. 1. — 366 с. ; 1987. — Кн. 2. — 351 с.
5. Ежова Л. Н. Эконометрика: начальный курс с основами теории вероятностей и математической статистики : учеб. пособие / Л. Н. Ежова. — 2-е изд., испр. и перераб. — Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2008. — 287 с.
6. Елохин В. Р. Имитационные методы при анализе и планировании экспериментов (регрессионный анализ) / В. Р. Елохин. — Апатиты : Изд-во Кольского науч. центра РАН, 2003. — 135 с.
7. Елохин В. Р. Имитационный метод статистической аппроксимации производственных систем / В. Р. Елохин, И. В. Елохин, В. К. Евтеев. — Иркутск : Из-во ИрГСХА, 2009. — 146 с.
8. Ермаков С. М. Математическая теория оптимального эксперимента / С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский. — М. : Наука, 1987. — 320 с.
9. Клейнен Дж. Статистические методы в имитационном моделировании / Дж. Клейнен. — М. : Статистика, 1978. — Вып. 1. — 222 с. ; Вып. 2. — 228 с.
10. Математическая статистика : учеб. пособие / Л. Н. Ежова, О. В. Леонова, Н. В. Мамонова, С. И. Никулина. — Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2009. — 114 с.
11. Успенский А. Б. Вычислительные аспекты метода наименьших квадратов при анализе и планировании регрессионных экспериментов / А. Б. Успенский, В. В. Федоров. — М. : Изд-во МГУ, 1975. — 168 с.
12. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента / В. В. Федоров. — М. : Наука, 1971. — 312 с.

References

1. Anderson T. *Statisticheskii analiz vremennykh ryadov* [Statistical analysis of time series]. Moscow, Mir Publ., 1976. 760 p.
2. Afifi A., Eizen S. *Statisticheskii analiz: podkhod s ispol'zovaniem EVM* [Statistical analysis: an approach using a computer]. Moscow, Mir Publ., 1982. 488 p.
3. Dzhonston Dzh. *Ekonometricheskie metody* [Methods of econometrics]. Moscow, Statistika Publ., 1980. 444 p.
4. Dreiper N., Smit G. *Prikladnoi regressiionnyi analiz* [Applied regression analysis]. 2nd ed. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1986. Book 1. 366 p.; 1987. Book 2. 351 p.
5. Ezhova L. N. *Ekonometrika: nachal'nyi kurs s osnovami teorii veroyatnostei i matematicheskoi statistiki* [Econometrics: introductory course with fundamentals of probability theory and mathematical statistics]. 2nd ed. Irkutsk, Baikal State University Economics and Law Publ., 2008. 287 p.
6. Elokhin V. R. *Imitatsionnye metody pri analize i planirovanii eksperimentov (regressiionnyi analiz)* [Simulation methods for the analysis and design of experiments (regression analysis)]. Apatity, Kola Research Center of RAS Publ., 2003. 135 p.
7. Elokhin V. R., Elokhin I. V., Evteev V. K. *Imitatsionnyi metod statisticheskoi aproksimatsii proizvodstvennykh sistem* [Simulation method of statistical approximation of production systems]. Irkutsk State Academy of Agriculture Publ., 2009. 146 p.
8. Ermakov S. M., Zhiglyavskii A. A. *Matematicheskaya teoriya optimal'nogo eksperimenta* [Mathematical theory of optimal experiment]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 320 p.
9. Kleinen Dzh. *Statisticheskije metody v imitatsionnom modelirovanii* [Statistical methods in simulation modeling]. Moscow, Statistika Publ., 1978. iss. 1. 222 p., iss. 2. 228 p.

10. Ezhova L. N., Leonova O. V., Mamonova N. V., Nikulina S. I. *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Irkutsk, Baikal State University Economics and Law Publ., 2009. 114 p.

11. Uspenskii A. B., Fedorov B. V. *Vychislitel'nye aspekty metoda naimen'shikh kvadratov pri analize i planirovanii regressionnykh eksperimentov* [Computational aspects of the method of least squares in analysis and design of regression experiments]. Moscow State University Publ., 1975. 168 p.

12. Fedorov V. V. *Teoriya optimal'nogo eksperimenta* [Theory of optimal experiment]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 312 p.

Информация об авторе

Нгуен Ван Дык — аспирант, кафедра экономической теории и финансов, Иркутский государственный технический университет, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, e-mail: duc_asu08@mail.ru.

Author

Van D. Nguyen — PhD Student, Chair of Economic Theory and Finance, Irkutsk State Technical University, 83 Lermontov St., 664074, Irkutsk, Russian Federation; e-mail: duc_asu08@mail.ru.

Библиографическое описание статьи

Нгуен Ван Дык. Многооткликовое моделирование при прогнозировании экономических систем / Нгуен Ван Дык // Известия Иркутской государственной экономической академии (Байкальский государственный университет экономики и права). — 2015. — Т. 6, № 1. — URL : <http://eizvestia.isea.ru/reader/article.aspx?id=19979>. — DOI: [10.17150/2072-0904.2015.6\(1\).29](https://doi.org/10.17150/2072-0904.2015.6(1).29).

Reference to article

Nguyen Van Dyk. Multi-response modeling in forecasting economic systems. *Izvestiya Irkutskoy gosudarstvennoy ekonomicheskoy akademii (Baykalskiy gosudarstvennyy universitet ekonomiki i prava)* = *Izvestiya of Irkutsk State Economics Academy (Baikal State University of Economics and Law)*, 2015, vol. 6, no. 1. Available at: <http://eizvestia.isea.ru/reader/article.aspx?id=19979>. DOI: [10.17150/2072-0904.2015.6\(1\).29](https://doi.org/10.17150/2072-0904.2015.6(1).29). (In Russian).