УДК 621.316.13:519.852 ББК 31.279

П. В. Соколов

Институт систем энергетики им. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ РАСПРЕЛЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ В УСЛОВИЯХ ПРИМЕНЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Дано определение понятия «распределенная генерация», обоснована актуальность ее применения. Выявлены особенности применения распределенной генерации в условиях Российской Федерации, связанных с богатыми запасами полезных ископаемых и необходимостью генерации не только электрической, но и тепловой энергии. Определен и обоснован критерий оптимальности электрической сети с распределенной генерацией, являющийся суммой капитальных затрат, зависящих от двоичных индикаторов, описывающих возможные конфигурации сети. Обозначены ограничения предложенной задачи оптимизации конфигурации сети. В результате задача оптимизации структуры сети представлена как задача комбинаторной оптимизации разновидности «рюкзак 0-1». Для решения задачи выбран метод ветвей и границ линейного смешанно-целочисленного программирования. Для реализации модели применен алгоритм MIP, находящийся в составе системы GAMS.

Ключевые слова: распределенная генерация; оптимизация; распределительные сети.

P. V. Sokolov

Melentiev Energy Systems Institute of Siberian Branch of the Russian Academy of Science

# A MATHEMATICAL MODEL OF DISTRIBUTING MAINS OPTIMIZATION IN THE CONTEXT OF DISTRIBUTED GENERATION

The author defines the term «distributed generation» and proves its relevance, and discloses the peculiarities of its application in Russia in connection with availability of rich nature resources and necessity to generate not only electric but also thermal power. The paper determines and substantiates the optimality criterion for distributed generation mains, which is the sum of capital costs that depend on binary indicators that describe possible line patterns. The proposed line pattern optimization problem is limited. As a result, the line pattern optimization problem is represented as a combinatorial optimization of the model «knapsack 0-1». To solve this problem, the author suggests using the branch-and-bound method of linear mixed-integer programming, and uses MIP algorithm of the GAMS system to realize the model.

*Keywords*: distributed generation; optimization; distributive mains.

В настоящее время в энергетике популярна концепция распределенной генерации. В широком смысле распределенная генерация понимается как производство электрической энергии генераторами малой мощности на уровне распределительной сети [1], но детальное содержание данного понятия остается дискуссионным. Это обусловлено, прежде всего, большим разнообразием применяемых технологий распределенной генерации и широкой сферой ее использования.

В нашей стране, в силу ее климатических и географических особенностей, актуально использование распределенных электрических систем на базе малых газотурбинных и газопоршневых электростанций (мини-ТЭЦ). Данные установки имеют широкий спектр преимуществ по сравнению с традиционными угольными электростанциями, в частности:

- низкие капиталовложения и небольшие сроки строительства, что, в свою очередь, обеспечивает небольшой период самоокупаемости;
- высокие экологические показатели, что позволяет размещать генерирующие установки в непосредственной близости от потребителей и отказаться от сооружения дорогостоящих ЛЭП и теплотрасс;
- возможность одновременной выработки электрической и тепловой энергии (когенерация);
  - высокий КП $\Pi^1$ .

В то же время, ориентация энергетики на использование исключительно мини-ТЭЦ нерациональна по ряду причин. Во-первых, тепло- и электроснабжение большинства потребителей обеспечиваются уже существующей энергетической инфраструктурой. Отказ от этой инфраструктуры будет означать необходимость срочного строительства большого количества мини-ТЭЦ, линий топливоснабжения и создания системы управления распределенными генераторами (РГ). Также потребуется реорганизация электрических распределительных сетей и сетей теплоснабжения. Во-вторых, придется решать вопрос надежности электро- и теплоснабжения потребителей, разрабатывать механизмы взаиморезервирования источников энергии, определять способы энергоснабжения удаленных потребителей.

Столь большие объемы работ неизбежно обернутся крупными экономическими потерями, поэтому наиболее перспективным направлением считается создание комбинированной системы распределенной генерации, в которой в узлах существующей энергосистемы размещаются тепловые электростанции малой мощности. В научной литературе одной из важнейших задач развития технологий децентрализованной энергетики считается обоснование развития структуры распределительных сетей в условиях использования распределенной генерации [1; 2].

Вопрос оптимизации распределительных сетей концентрированных энергетических систем широко рассмотрен в зарубежной литературе [5–7].

Общей чертой зарубежных методов и моделей оптимизации распределительных сетей, включающих  $P\Gamma$ , является рассмотрение распределенной генерации как средства снижения потерь мощности и распределения капитальных затрат во времени. Выгоды, связанные с когенерацией и тригенерацией, авторами не учитываются. Очевидно, это связано с интересом к  $P\Gamma$  на основе возобновляемых источников энергии, в первую очередь ветровых и фотоэлектрических станций. В то же время, есть основания полагать, что основу распределенной генерации в нашей стране составят малые газопоршневые и газотурбинные электростанции. Попутная генерация тепловой мощности на электростанциях этих типов равна или превосходит генерируемую электрическую мощность², что делает привлекательным их работу в режиме когенерации. Учитывая высокую продолжительность отопительного сезона в нашей стране, проектирование распределительной сети с  $P\Gamma$  стоит производить совместно с проектированием теплоснабжения. Также следует учитывать высокую стоимость подключения к основной сети. В данный момент она сопоставима со стоимостью возведения

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Почему, как топливо для электростанций, выгоден и перспективен газ? URL: http://www.manbw.ru/analitycs/why\_as\_fuel\_for\_power\_stations\_is\_advantageous\_and\_promising\_gas. html.; Ветрогенераторы + солнечные батареи + дизель-генераторы + мини-ГЭС + ИБП = автономный энергокомплекс на базе возобновляемых, альтернативных источников электроэнергии. URL: http://manbw.ru/analitycs/vetrogeneratory\_solar\_batteries\_diesel\_generators\_mini\_ges\_hydrogenerators\_renewed\_alternative\_sources\_rezerv\_garant.html.

 $<sup>^2</sup>$  Когенерация — когенераторные установки — тепловые электростанции. URL: http://www.manbw.ru/analitycs/cogeneration.html.

малой электростанции, что дает посылки к отказу крупных потребителей электроэнергии от подключения к электрическим сетям<sup>1</sup>.

Таким образом, при проектировании распределительной сети с РГ в сложившихся экономических условиях необходим учет следующих факторов:

- всесторонний учет выгод и потерь как для потребителя, так и для сетевой компании, связанных с применением распределенной генерации;
  - учет стоимости подключения потребителя к основной сети;
  - высокое качество моделирования (согласно [3]).

С учетом этих факторов нами разработана математическая модель оптимизации структуры распределительной сети при использовании распределенной генерации.

Электрическая сеть в модели задается в виде избыточного орграфа, узлами которого являются потребители электрической энергии, подстанции и генерирующие установки, а ветвями — ЛЭП. Каждый узел характеризуется установленной мощностью потребителей электроэнергии  $P_i$  и установленной мощностью потребителей энергии Q мах $_i$ . Точка подключения к основной сети представлена как отдельный узел с нулевой установленной мощностью.

Целевая функция модели дана в статической постановке, но имеется возможность ввести псевдодинамику, разбив расчетный период на несколько временных этапов. Целевая функция определяется как сумма капитальных затрат на сооружение РГ, капитальных затрат на строительство элементов сети и затрат на подключение к основной сети:

$$Z = A + B + C + D,$$

где A — капитальные затраты на сооружение элементов сети; B — капитальные затраты на сооружение  $\mathrm{P}\Gamma$ ; C — капитальные затраты на подключение к основной сети; D — капитальные затраты на теплоснабжение потребителей.

Выбор варианта исполнения ЛЭП и генераторов осуществляется с помощью множеств двоичных переменных  $x_{j,\,k}$  и  $xg_{i,\,m}$ , определяющих строительство ЛЭП и РГ соответственно:

$$A = \sum_{j} \sum_{k} l_{j} C_{k} x_{j, k};$$
  

$$B = \sum_{i} \sum_{m} C g_{m} x g_{i, m},$$

где  $l_j$  — длина ветви j;  $C_k$  — стоимость 1 км линии (вариант исполнения k);  $x_{j,k}$  — двоичная переменная, определяющая решение строительства линии варианта исполнения k в направлении ветви j;  $Cg_m$  — стоимость возведения генератора (вариант исполнения m);  $xg_{i,m}$  — решение о возведении генератора (вариант исполнения m в узле i).

Капитальные затраты на технологическое присоединение к основной сети рассчитываются, исходя из установленной мощности потребителей электроэнергии, подключенных к нулевому узлу:

$$C = G_0 C c$$
,

где  $G_0$  — генерация в узле 0, которая соответствует мощности, получаемой из основной сети; Cc — стоимость подключения к основной сети 1 кВт расчетной мощности.

Расходы на теплоснабжение потребителей рассчитываются, исходя из спроса на тепловую мощность:

$$D = \sum_{i} q_i C q,$$

где  $q_i$  — спрос на тепловую энергию в узле i; Cq — удельная стоимость теплогенерирующей установки.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Подключаться к электросетям или строить собственную электростанцию — что выбирают российские предприниматели? URL: http://manbw.ru/analitycs/podkljuchenie\_elektroseti\_ili\_avtonomnaja elektrostantsija mini tets.html.

Ограничения модели делятся на 4 блока:

- 1. Режимные ограничения.
- 2. Предельные ограничения.
- 3. Ограничения, связанные с логикой использования бинарных переменных.
- 4. Прочие ограничения.

К первому блоку относятся ограничения баланса токов и уровня напряжений — баланс токов (1-й закон Кирхгофа):

$$G_i - P_i = \sum_i F_i A_{i,i}$$

где  $G_i$  — мощность, генерируемая в узле i, заданная током;  $P_i$  — мощность, потребляемая узлом i, заданная током;  $F_j$  — ток в ветви j;  $A_{i,\ j}$  — элемент матрицы инциденций сети, соответствующий узлу i и проводнику j.

Уровень напряжения в ветвях (2-й закон Кирхгофа):

$$F_iR_i - \sum_i U_iA_{i,j} = 0 (\forall x_i = 1),$$

где  $R_i$  — активное сопротивление ветви  $j; U_i$  — напряжение в узле i.

Данное выражение справедливо только для выбранных ветвей, т. е., для ветвей с переменной х равной единице. Поэтому, для того, чтобы ограничение имело смысл, необходимо умножить обе его части на вектор  $|x_j|$ . Но в таком случае ограничение приобретает нелинейный характер, что усложняет решение задачи. В [4] предложен способ линеаризации такого ограничения с заменой его неравенством. При этом ограничение принимает следующий вид:

$$F_j R_j - \sum_i U_i A_{i,j} \leq N(1 - x_j),$$

где N — любое число, заведомо больше падения напряжения в ветви.

Второй блок образуют ограничения, накладываемые на физические характеристики сети:

- отклонение напряжения в узлах сети не должно превышать нормативное  $U_{\min}\!\leq\!U_i\!\leq\!U_{\max}$ ;
- мощность  $g_i$ , генерируемая в узлах сети, не должна быть отрицательной и не может превышать максимальную для генератора данного типа  $g_i \leq \sum_k G \max_k x g_{i,\ k} (\forall i > 1), \ g_i \geq 0;$
- ток в ветвях сети не может быть отрицательным и не должен превышать максимального значения  $F\max_m$  для установленного провода:  $0 \le F_j \le \sum_m F\max_m x g_{i, m};$ 
  - спрос на тепловую нагрузку не должен быть отрицательным:  $g_i \ge 0$ .

Третий блок образуют ограничения, накладываемые на бинарные переменные:

- вариант исполнения линии может быть только один:  $\sum_{m} x_{j, m} \le 1$ ;
- вариант исполнения генератора может быть только один:  $\sum_k \! x g_{i,\,k} \! \leq \! 1$  .

Четвертый блок образуют дополнительные ограничения, накладываемые на сеть:

- спрос на тепловую энергию должен быть меньше суммарной мощности генераторов тепловой энергии:  $Qn(i) \leq \sum_k (xg_{j,k}Qg_k) + g_i$ ;
- в точке подключения к основной сети распределенные генераторы не строятся:  $xg_{n0,\;k}=0 (\forall k)$ .

Предложенная модель представляет собой задачу линейного смешанно-целочисленного программирования, пригодную для решения стандартными методами. Модель реализована в системе GAMS, для решения выбран алгоритм MIP, реализующий метод «ветвей и границ», что обеспечивает нахождение глобального оптимума задачи за приемлемое время. Применение математической модели возможно в рамках проекта энергообеспечения малых муниципальных образований, путем сооружения мини-ТЭЦ на базе устаревших и аварийных котельных.

#### Список использованной литературы

- 1. Беляев Л. С. Энергетика XXI века: условия развития, технологии, прогнозы / Л. С. Беляев, А. В. Лагерев, В. В. Посекалин [и др.]; отв. ред. Н. И. Воропай. — Новосибирск: Hayka, 2004. — 386 с.
- 2. Воропай Н. И. Распределенная генерация в электроэнергетических системах / Н. И. Воропай // Малая энергетика-2005: материалы Междунар, науч.-практ. конф. — URL: http://be.convdocs.org/docs/index-35658.html.
- 3. Попова О. М. Пакет программ для анализа развития электрических сетей с использованием геоинформационных технологий / О. М. Попова, В. Р. Такайшвили, В. В. Труфанов. — Иркутск: Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО PAH. 2001. - 27 c.
- 4. Bahiense L. Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion / L. Bahiense, G. C. Oliveira, M. Pereira, S. Granville // IEEE Transactions on power systems. — 2001. — Vol. 16,  $N_2$  3.
- 5. Haffner S. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation / S. Haffner, L. F. A. Pereira, A. Pereira, L. A. Pereira, L. S. Baretto // IEEE Transactions on power delivery. — 2008. — Vol. 23,  $\mathbb{N}_{2}$ .
- 6. Khodr H. M. A Benders Decomposition and Fuzzy Multicriteria Approach for Distribution Networks Remuneration Considering DG / H. M. Khodr, Z. A. Vale, C. Ramos // IEEE Transactions on power delivery. — 2009. — Vol. 24,  $\mathbb{N}_{2}$  2.
- 7. Naderi E. A Dynamic Approach for Distribution System Planning Considering Distributed Generation / E. Naderi, H. Seifi, M. S. Sepasian // IEEE Transactions on power delivery. — 2012. — vol. 27,  $\mathbb{N}_2$  3.

## References

- 1. Belyaev L. S., Lagerev A. V., Posekalin V. V.; Voropay N. I. (ed.) Energetika XXI veka: usloviya razvitiya, tekhnologii, prognozy [Power industry in the XXI century: development context, methods, and forecasts. Novosibirsk, Nauka Publ., 2004. 386 p.
- 2. Voropay N. I. Raspredelennaya generatsiya v elektroenergeticheskikh sistemakh [Distributed generation in electric power systems]. Available at: http://be.convdocs.org/ docs/index-35658.html.
- 3. Popova O. M., Takavshvili V. R., Trufanov V. V. Paket programm dlua analiza razvitiya elektricheskikh setey s ispolzovaniem geoinformatsionnykh tekhnologiy [A software suit to analyze mains development using geo-informational technologies]. Irkutsk, 2001. 27 p.
- 4. Bahiense L, Oliveira G. C., Pereira M., Granville S. Mixed Integer Disjunctive Model for Transmission Network Expansion. IEEE Transactions on power systems, 2001, vol. 16, no. 3.
- 5. Haffner S., Pereira L. F. A., Pereira A., Pereira L. A., Baretto L. S. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation. IEEE Transactions on power delivery, 2008, vol. 23, no. 2.
- 6. Khodr H. M., Vale Z. A., Ramos C. A Benders Decomposition and Fuzzy Multicriteria Approach for Distribution Networks Remuneration Considering DG. IEEE Transactions on power delivery, 2009, vol. 24, no. 2.
- 7. Naderi E., Seifi H., Sepasian M. S. A Dynamic Approach for Distribution System Planning Considering Distributed Generation. *IEEE Transactions on power delivery*, 2012, vol. 27, no. 3.

## Информация об авторе

Соколов Павел Валерьевич — аспирант, Институт систем энергетики им. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук, 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, e-mail: raumo@fromru.com.

#### Author

Sokolov Pavel Valerievich — PhD student, Melentiev Energy Systems Institute of Siberian Branch of the Russian Academy of Science, 130 Lermontov Str., 664033, Irkutsk, Russia, e-mail: raumo@fromru.com.