УДК 339.133(571.54)
ББК 65.05

Е.Ю. Пискунов

МОДИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЭЙЛА

Раскрываются вопросы оценки точности прогнозов, выполненных с помощью математико-статистических моделей. Детально рассмотрен коэффициент несоответствия Тэйла, его преимущества и недостатки. Выявлено, что данный показатель находит наилучшее применение для временных рядов с высокой колеблемостью. С целью расширения сферы применения предложена его некоторая модификация.

Ключевые слова: коэффициент; Тэйл; дисперсия; точность; прогноз; модель; тренд; регрессия; колеблемость.

E.Yu. Piskunov

MODIFICATION OF THEIL COEFFICIENT

The article deals with issues of assessing accuracy of forecast made by means of mathematic-statistical models. Theil's coefficient of irrelevance, its advantages and drawbacks are studied in detail. The author determines that this coefficient can be best used for temporal series with high variability, and proposes some modification of the coefficient for a wider sphere of its application.

Keywords: coefficient; Theil; variance; accuracy; forecast; model; trend; regression; variability.

Одним из важнейших этапов прогнозирования временных рядов является оценка точности прогноза, выполненного по построенной модели [1, с. 87]. Из теории прогнозирования известно множество показателей, характеризующих качество выполненного прогноза. Одним из них является коэффициент несоответствия Тэйла [2, с. 143]. В числителе этого показателя — среднеквадратическая ошибка прогноза, а в знаменателе — корень квадратный из среднего квадрата реализации:

$$\upsilon = \frac{\sqrt{\sum (P_t - A_t)^2 : n}}{\sqrt{\sum A_t^2 : n}} = \frac{\sqrt{\sum (P_t - A_t)^2}}{\sqrt{\sum A_t^2}}, \tag{1}$$

где P_t и A_t — соответственно предсказанное и фактическое (реализованное) изменение переменной. Коэффициент $\upsilon = 0$, когда все $P_t = A_t$ (случай совершенного прогнозирования); $\upsilon = 1$, когда процесс прогнозирования приводит к той же среднеквадратической ошибке, что и «наивная» экстраполяция неизменности приростов; $\upsilon > 1$, когда прогноз дает худшие результаты, чем предположение о неизменности исследуемого явления.

У коэффициента расхождения Тэйла есть одно несомненное достоинство — он может быть использован при сопоставлении качества прогнозов, получаемых на основе различных методов и моделей. Однако есть и недостаток — коэффициент имеет ту же размерность, что и сам показатель прогноза. Отсюда следует, что его значение существенно зависит от колеблемости (дисперсии) прогнозируемого временного ряда. Данный недостаток проявляется при моделировании временных рядов с низкой дисперсией, когда приходится сталкиваться с такой ситуацией, что, несмотря на явно неудачно выполненный прогноз, коэффициент принимает значение близкое к нулю, говорящее о высоком качестве выполненного прогноза.

http://eizvestia.isea.ru 2012. № 5
ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ИЗВЕСТИЯ ИРКУТСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ АКАДЕМИИ (Байкальский государственный университет экономики и права)

http://eizvestia.isea.ru 2012. № 5

Рассмотрим подобную ситуацию на конкретном примере. Имеется временной ряд Y, принимающий значения y_1, ..., y_{36}. По имеющимся данным необходимо выполнить ретроспективный прогноз на 12 моментов времени и оценить его точность.

Для начала воспользуемся трендовой моделью:

$$y_t = 3\,542{,}7 + 125{,}61t + e_t, \quad \text{при } R^2 = 0{,}77;\ MAPE = 9{,}4\%. \qquad (2)$$

Полученный по модели ретроспективный прогноз представлен на рис. 1.

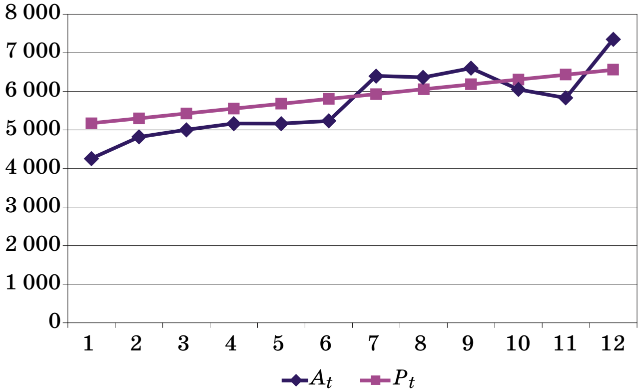

Рис. 1. Соотношение фактических A_t и прогнозных P_t значений (модель (2))

Из рассчитанных показателей качества модели (2) ($R^2 = 0{,}77$; $MAPE = 9{,}4\%$) видно, что прогнозные значения P_t недостаточно хорошо соотносятся с фактическими значениями A_t, отсюда, точность прогноза должна быть низкая. Однако, рассчитанный по имеющимся данным коэффициент Тэйла ($\upsilon = 0{,}094$) говорит об обратном, т.е. выполненный прогноз имеет высокую точность.

Для сравнения рассчитаем аналогичный прогноз с помощью регрессионной модели:

$$y_t = -46{,}25 + 0{,}542x_t + e_t, \quad \text{при } R^2 = 0{,}93;\ MAPE = 3{,}97\%. \qquad (3)$$

Из рассчитанных показателей качества регрессионной модели (3) видно, что прогноз имеет высокое качество, однако, значение коэффициента Тэйла для данной модели тоже близко к нулю ($\upsilon = 0{,}051$).

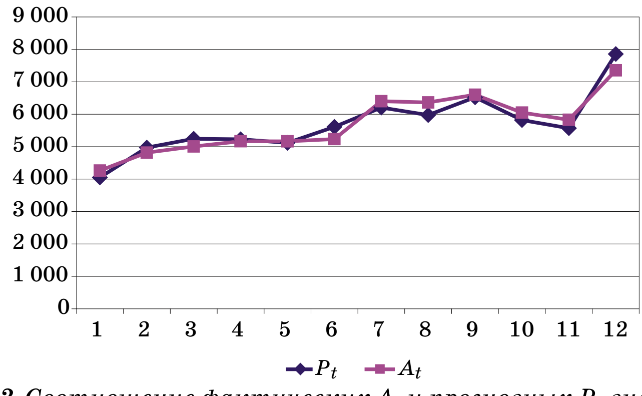

Рис. 2. Соотношение фактических A_t и прогнозных P_t значений (модель (3))

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ИЗВЕСТИЯ ИРКУТСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ АКАДЕМИИ (Байкальский государственный университет экономики и права)

http://eizvestia.isea.ru 2012. № 5
ИЗВЕСТИЯ ИРКУТСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ АКАДЕМИИ (Байкальский государственный университет экономики и права)
ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Подобные коллизии возникают, прежде всего, из-за того, что коэффициент не учитывает величину колеблемости фактических и прогнозных значений моделируемого показателя. Из графика, представленного на рис. 1 можно увидеть, что относительно величины каждого уровня ряда y_t амплитуда колебаний достаточно невелика, о чем так же свидетельствуют коэффициенты вариации, рассчитанные по фактическим ($V_{A_t} = 14{,}9\%$) и прогнозным ($V_{P_t} = 7{,}4\%$) значениям. Соответственно, ввиду низкой колеблемости прогнозных и фактических значений, сумма квадратов разностей в числителе формулы (1) получается значительно меньше знаменателя данной формулы, что и приводит к искусственному занижению значения коэффициента Тэйла.

Для доказательства вышеизложенных предположений преобразуем имеющийся временной ряд, вычитая из каждого значения y_t число 3 000. В результате этих преобразований динамика показателя y_t перенесется в более низкий масштаб измерения, что приведет к росту колеблемости. Построив аналогичные трендовую и регрессионную модели для преобразованного временного ряда, получаем:

$$y_t = 542{,}7 + 125{,}61t + e_t, \qquad (4)$$
$$\text{при } R^2 = 0{,}77;\ MAPE = 22{,}5\%.$$

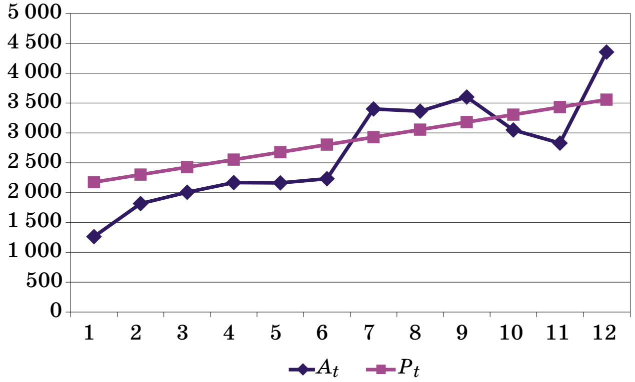

Рис. 3. Соотношение фактических A_t и прогнозных P_t значений (модель (4))

Из графика, представленного на рис. 3, видно, что прогнозные значения A_t по-прежнему плохо соотносятся с фактическими P_t. Однако колеблемость показателей значительно выше предыдущего случая, о чем свидетельствуют рассчитанные коэффициенты вариации: $V_{A_t} = 31{,}72\%$ (рост в 2,12 раза); $V_{P_t} = 15{,}13\%$ (рост в 2,05 раза). Коэффициент Тэйла для данного прогноза составил $\upsilon = 0{,}193$, т.е. точность прогноза «снизилась» в 2,04 раза.

В свою очередь, прогноз, полученный с помощью регрессионной модели (5), по-прежнему имеет высокое качество; коэффициент Тэйла, так же как и с использованием исходных не преобразованных данных, близок к нулю ($\upsilon = 0{,}093$).

$$y_t = 206{,}587 + 0{,}542x_t + e_t, \qquad (5)$$
$$\text{при } R^2 = 0{,}93;\ MAPE = 8{,}88.$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что коэффициент Тэйла существенно реагирует на вариацию прогнозируемой переменной. Даже при явно неудачном прогнозе коэффициент вопреки этому может показать низкое значение, объясняемое низкой вариацией признака.

ИЗВЕСТИЯ ИРКУТСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ АКАДЕМИИ (Байкальский государственный университет экономики и права)
ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
2012. № 5
http://eizvestia.isea.ru

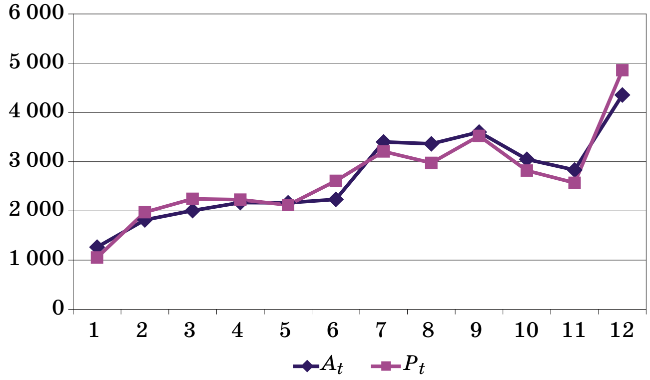

Рис. 4. Соотношение фактических A_t и прогнозных P_t значений (модель (5))

Чтобы избежать подобного искусственного занижения коэффициента при прогнозировании процессов с низкой дисперсией, в формуле (1) необходимо учитывать колеблемость фактических и прогнозных значений моделируемого показателя. С этой целью предлагается корректировать значение коэффициента Тэйла на отношение дисперсий фактических σ_A^2 и прогнозных σ_P^2 значений. Тогда, формула для расчета коэффициента преобразуется следующим образом:

$$\upsilon = \frac{\sqrt{\sum (P_t - A_t)^2}}{\sqrt{\sum A_t^2}} \cdot \frac{\sigma_A^2}{\sigma_P^2} \quad \text{при } \sigma_A^2 > \sigma_P^2;$$

$$\upsilon = \frac{\sqrt{\sum (P_t - A_t)^2}}{\sqrt{\sum A_t^2}} \cdot \frac{\sigma_P^2}{\sigma_A^2} \quad \text{при } \sigma_A^2 < \sigma_P^2.$$

Значения коэффициентов Тэйла, рассчитанные по классической и модифицированной формулам, представлены в таблице.

Значения коэффициентов Тэйла

Номер модели	Результаты регрессии	Классический и модифицированный коэффициент Тэйла, соответственно
2	$y_t = 3\,542{,}7 + 125{,}61t + e_t$, при $R^2 = 0{,}77$; $MAPE = 9{,}4\%$	$\upsilon = 0{,}094$; $\upsilon = 0{,}366$
3	$y_t = -46{,}25 + 0{,}542x_t + e_t$, при $R^2 = 0{,}93$; $MAPE = 3{,}97\%$	$\upsilon = 0{,}046$; $\upsilon = 0{,}051$
4	$y_t = 542{,}7 + 125{,}61t + e_t$, при $R^2 = 0{,}77$; $MAPE = 22{,}5\%$	$\upsilon = 0{,}193$; $\upsilon = 0{,}746$
5	$y_t = 206{,}587 + 0{,}542x_t + e_t$, при $R^2 = 0{,}93$; $MAPE = 8{,}88\%$	$\upsilon = 0{,}093$; $\upsilon = 0{,}104$

Из таблицы видно, что с использованием модифицированной формулы, значение коэффициента для трендовой модели (2) $\upsilon = 0{,}366$ уже значительно отличается от нуля, что подтверждает предшествующие предположения о низком качестве выполненного прогноза. В свою очередь, прогнозы, выполненные по регрессионным моделям, сохраняют высокое качество прогноза при использовании обеих формул, о чем свидетельствуют низкие значения как классического, так и модифицированного коэффициента Тэйла.

Список использованной литературы

1. Ованесян С.С. Математическое моделирование в бухгалтерском учете, анализе и налогообложении / С.С. Ованесян. — Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2001. — 120 с.
2. Тэйл Г. Экономические прогнозы и принятие решений / Г. Тэйл. — М.: Статистика, 1977. — 282 с.

References

1. Ovanesyan S.S. Matematicheskoe modelirovanie v bukhgalterskom uchete, analize i nalogooblozhenii / S.S. Ovanesyan. — Irkutsk: Izd-vo BGUEP, 2001. — 120 s.
2. Teil G. Ekonomicheskie prognozy i prinyatie reshenii / G. Teil. — M.: Statistika, 1977. — 282 s.

Информация об авторе

Пискунов Евгений Юрьевич — аспирант, кафедра статистики и экономического анализа, Байкальский государственный университет экономики и права, г. Иркутск, e-mail: piskunovey@gmail.ru.

Author

Piskunov Evgeniy Yurevich — post-graduate student, Chair of Statistics and Economic Analysis, Baikal State University of Economics and Law, Irkutsk, e-mail: piskunovey@gmail.ru.

http://eizvestia.isea.ru 2012. № 5

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ ИЗВЕСТИЯ ИРКУТСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ АКАДЕМИИ (Байкальский государственный университет экономики и права)