

**РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ  
ВИБРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОЧИХ ЛОПАТОК  
ТУРБОМАШИН**

Рассмотрены проблемы анализа вибрационных характеристик на примере лопаток турбомашин, а также различные системы диагностирования колебаний, возникающих при работе турбомашин. Сделаны выводы о преимуществе конечно-элементного анализа для решения поставленной проблемы.

*Ключевые слова:* турбомашин, метод конечных элементов, вибрации, прочность, лопатка, колебания, математическое моделирование.

M.V. Veber  
O.V. Repetskiy

**COMPUTATIONAL AND EXPERIMENTAL ANALYSIS  
OF VIBRATION CHARACTERISTICS OF ROTOR BLADES  
OF TURBO-MACHINERY**

The article reviews problems of vibration characteristics analysis by the example of rotor blades of turbo-machinery, studies various systems of diagnosing vibrations in a working turbo-machine. The authors make a conclusion that the finite element analysis is more appropriate for solving the stated problem.

*Keywords:* turbo-machine, the finite element method (FEM), vibrations, durability, blade, mathematical modeling.

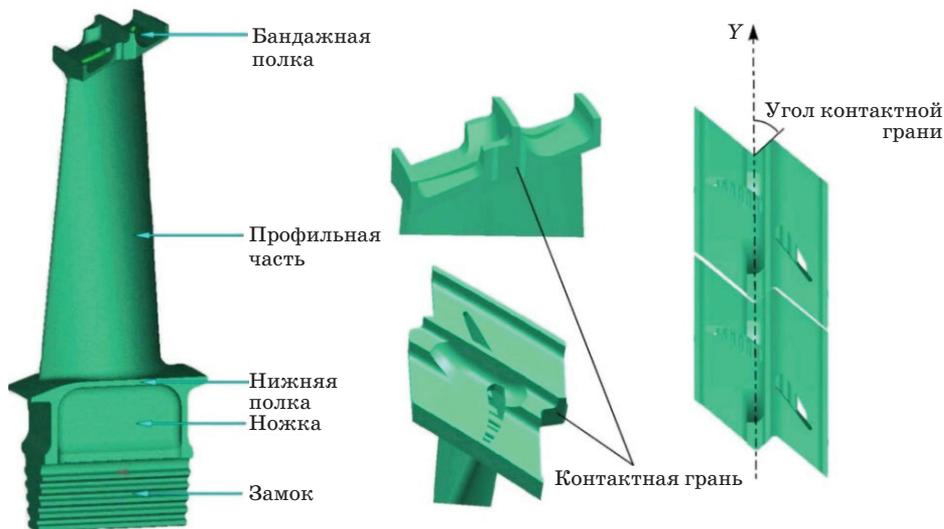
Тенденции развития современного газотурбинного двигателестроения (ГТД), определяемые требованиями экономичности, характеризуются ростом удельных параметров двигателя, уменьшением массы конструкции, увеличением нагрузок, действующих на узлы и детали.

Обеспечение динамической прочности авиационных двигателей относится к разряду наиболее сложных проблем, возникающих при разработке новых ГТД и их эксплуатации. К основным показателям качества двигателя, характеризующим степень его совершенства, относятся надежность и ресурс. Улучшение этих показателей связано с необходимостью снижения динамической нагруженности узлов двигателя, так как большинство дефектов ГТД вызвано действием переменных нагрузок, резко возрастающих в условиях резонанса, когда частота собственных колебаний детали совпадает с частотой возмущающей силы.

Численные методы, особенно с появлением программных комплексов, позволяют определять собственные частоты и формы колебаний деталей сложной формы с меньшей трудоемкостью.

Рабочая лопатка является одной из наиболее напряженных и ответственных деталей ГТД (рис.). Последствия разрушения лопаток являются очень тяжелыми для двигателя и самолета, вызывая выход из строя моторной установки. В результате анализа данных ИКАО (Международная организация гражданской авиации) по наблюдению за состоянием авиационных ГТД установлено, что наиболее частой причиной отказов

является неисправность деталей проточной части двигателя. При этом на долю лопаток приходится около 30 % всех отказов. Из них приблизительно 42 % составляют усталостные разрушения и еще 33 % — сочетанные малоциклового усталости и вибрационных напряжений.



Трёхмерная геометрическая модель рабочей лопатки

Задача исключения резонанса лопатки на максимальном рабочем режиме ГТД является важнейшей для обеспечения надежной работы изделия. Поэтому расчету форм и частот собственных колебаний лопаток ГТД на этапе проектирования всегда уделяется большое внимание.

Каждая деталь имеет бесконечное количество частот собственных колебаний (ЧСК), образующих спектр. Каждой частоте собственных колебаний соответствует своя форма колебаний, которая определяется картиной знакопеременных смещений или прогибов и положением узловых линий. В узловых линиях перемещения бесконечно малы и считаются нулевыми. Совокупность форм колебаний детали образует спектр форм. Способ крепления детали изменяет спектр частот и форму колебаний.

Знание ЧСК позволяет конструкторам избежать условий работы конструкции на длительных эксплуатационных режимах при частотах, близких резонансным. Изменение спектра ЧСК конструкции может служить в качестве признака появления и развития дефекта.

В статье Л.И. Потерянский, С.Л. Потерянский рассматривали колебания ГТУ при разных режимах пуска [1]. В условиях работы колебания лопатки на двигателе происходят под действием переменных газодинамических сил, обусловленных, главным образом, неравномерностью газового потока в проточной части. Эти силы изменяются во времени периодически, причем период равен времени одного оборота ротора.

Под действием периодической газодинамической нагрузки лопатка совершает вынужденные колебания. Изменение во времени перемещения  $U(x, y, z, t)$  некоторой точки с координатами  $x, y, z$  — периодическая функция времени, поэтому ее можно представить в виде суммы гармонических (т.е. изменяющихся во времени по закону синуса или косинуса) составляющих (в математике это называется разложением в ряд Фурье) и записать таким образом:

$$X(x, y, z, t) = X_0(x, y, z) + \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x, y, z) \cdot \sin(p_i t + \phi_i), \quad (1)$$

где  $X_i(x, y, z)$  — амплитуда гармоники;  $i$  — номер гармоники;  $X_0(x, y, z)$  — средняя величина перемещения;  $p_i$  — частота гармоники;  $\phi$  — фаза гармоники.

Движение точки при колебаниях можно интерпретировать в соответствии с представлением (1) как сумму движений, происходящих по гармоническому закону.

Очень важен в практическом отношении такой вид колебаний, когда из всех гармонических составляющих одна имеет амплитуду, значительно превышающую остальные. В этом случае в выражении (1) амплитуды всех гармоник  $X_i(x, y, z)$ , кроме одной, нужно приравнять к нулю. Если пренебречь постоянной составляющей, то вместо суммы получим одно слагаемое

$$X(x, y, z, t) = X_0(x, y, z) \cdot \sin(p_i t + \phi_i). \quad (2)$$

Как видно из формулы (2), все точки лопатки двигаются синхронно по одному и тому же гармоническому закону во времени, одновременно проходя положение равновесия и одновременно достигая максимального отклонения. При этом колебания происходят с одной из собственных частот и имеют соответствующую ей собственную форму.

Совокупность всех собственных форм колебаний и соответствующих им частот называют собственным спектром лопатки, характеризующим ее вибрационные свойства. Как видно из формулы (2), лопатка, как и любая колебательная система, имеет бесконечное множество собственных форм и собственных частот колебаний.

При классификации форм колебаний лопаток опираются на представление одиночной лопатки в виде балки или пластинки и преимущественный вид деформации при колебаниях по этой форме.

Для математического моделирования процесса повреждения лопаток в большинстве публикаций успешно используется метод конечных элементов (МКЭ) в динамической постановке.

В специальном программном комплексе «Computer-aided engineering» (CAE) строится конечно-элементная модель для анализа деформации лопаток, образуя систему, характеризующую состояние рассматриваемого элемента.

Данная система расчленяется на некоторое число отдельных элементов конечных размеров, неразрывно связанных между собой в узловых точках, для которых должен быть известен характер соотношения между перемещениями и реакциями в узлах. Таким образом, генерируется сетка из конечных элементов простой геометрической формы, которая с достаточной степенью точности аппроксимирует конкретную конструкцию. В узловых точках элементов сетки на основании принципа Лагранжа связи между действующими силами и перемещениями записываются следующим выражением:

$$\{F\}r = [K] \cdot \{\delta\}r, \quad (3)$$

где  $\{F\}r$  — матрица реакций в узлах, т.е. вектор узловых сил конечного элемента;  $[K]$  — матрица жесткости конечного элемента;  $\{\delta\}r$  — матрица перемещений в узлах, т.е. вектор узловых перемещений.

Разрешающие уравнения (3) являются, по сути, уравнениями равновесия конечных элементов и включают в себя систему неоднородных

линейных алгебраических уравнений относительно вектора узловых перемещений. Матрица жесткости представляет собой математическую запись физической связи между реакциями в узлах элемента и узловыми перемещениями, которая является интегральной характеристикой, включающей как физические свойства материала рассчитываемой системы, так и геометрические свойства конечного элемента и сгенерированной сетки.

Но инженерные конструкции редко состоят из таких простых элементов как стержень с одной степенью свободы в узле. В этих случаях возникает необходимость применения специальных математических методов, обычно оперирующих множеством матриц, которые в результате дают возможность получить лишь приближенное решение. Вопрос состоит лишь в том, насколько точно данная матрица описывает физические свойства рассчитываемой системы и насколько полученные результаты ей соответствуют. Проверить это можно лишь после выполнения расчета и при помощи анализа напряженного состояния всей системы. Именно разработка более точных методов анализа является основной задачей при проведении подобного рода расчетов.

#### Список использованной литературы

1. Потерянский Л.И. Исследования вибрационного состояния газотурбинной установки SIEMENS v64.3A на пусковых режимах и под нагрузкой при опытно-промышленной эксплуатации / Л.И. Потерянский, С.Л. Потерянский. — Тюмень: Изд-во Тюменьинжиниринг, 2004. — 23 с.

#### Referenses

1. Poteryanskii L.I. Issledovaniya vibratsionnogo sostoyaniya gazoturbinnoi ustanovki SIEMENS v64.3A na puskovykh rezhimakh i pod nagruzkoi pri opytno-promyshlennoi ekspluatatsii / L.I. Poteryanskii, S.L. Poteryanskii. — Tyumen': Izd-vo Tyumen'inzhiniring, 2004. — 23 s.

#### Информация об авторах

*Вебер Максим Викторович* — аспирант, кафедра информатики и кибернетики, Байкальский государственный университет экономики и права, г. Иркутск, e-mail: weberm@mail.ru.

*Репецкий Олег Владимирович* — доктор технических наук, профессор, проректор по международной деятельности, Байкальский государственный университет экономики и права, г. Иркутск, e-mail: repetskiy@isea.ru.

#### Authors

*Weber Maksim Viktorovich* — post-graduate student, Chair of Computer Science and Cybernetics, Baikal State University of Economics and Law, Irkutsk, e-mail: weberm@mail.ru.

*Repetskiy Oleg Vladimirovich* — Doctor of Science in Engineering, Professor, Vice Rector for International Relations, Baikal State University of Economics and Law, Irkutsk, e-mail: repetskiy@isea.ru.