

НЕЛИНЕЙНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕДЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ*

Излагается ряд результатов, достигнутых в теории нелинейных колебаний, и их приложения к исследованию свойств равновесия и устойчивости в развивающихся экономических системах.

Ключевые слова: бифуркация, катастрофа, равновесие, развитие, нелинейная система, неравновесие, устойчивость, эволюция, энтропия, хаос.

S.V. Chuprov

NONLINEARITY AND STABILITY IN THE BEHAVIOR OF ECONOMIC SYSTEMS

The article presents some results achieved in the theory of nonlinear oscillations and their application in studying the characteristics of equilibrium and stability in developing economic systems.

Keywords: bifurcation, catastrophe, equilibrium, development, nonlinear system, disequilibrium, stability, evolution, entropy, chaos.

В русле концепции нелинейной динамики поведение эволюционирующих систем, как мы знаем, может характеризоваться гаммой особых состояний, среди которых и устойчивое неравновесие. Иными словами, состояния такой системы стабильно находятся вдали от равновесных, что является следствием действия протекающих в ней энергетических процессов. По известной концепции И. Пригожина, в неравновесной системе из хаоса образуется порядок. В ходе этого процесса энергия системы рассеивается, и в ней спонтанно возникает так называемая диссипативная структура. Сама по себе диссипация означает убывание энергии в системе и возрастание ее энтропии, но в неравновесных условиях потери энергии компенсируются ее притоком извне, благодаря чему происходит самоорганизация системы. Но для этого необходимо постоянно удерживать систему от состояния равновесия, что реализуемо лишь тогда, когда она обменивается со своим окружением вещественно-энергетическими или информационными потоками и чувствительна к внешним возмущениям. А вследствие нелинейности протекающих процессов малые внешние возмущения могут многократно усиливаться и порождать масштабные (порой катастрофические) перестройки в системе.

Между тем нелинейные системы обнаруживают интересные свойства, чем привлекают внимание ученых различных отраслей науки. В физических и технических процессах они столкнулись с необходимостью изучать наблюдаемые в них нелинейные колебания, которые оказались достаточно близкими к линейным. В формальном отношении описывающие нелинейные колебания дифференциальные уравнения отличались от линейных лишь тем, что содержали малый параметр ϵ , с «обнулением» которого нелинейные уравнения допускали к себе математический

* Статья подготовлена на основе исследований по гранту, поддержанному Международным научным фондом экономических исследований акад. Н.П. Федоренко (проект № 2005-061).

аппарат обработки линейных дифференциальных уравнений. Подобное вырождение нелинейных уравнений в линейные упрощало поиск их решений (интегрирование элементарными приемами) и позволяло проводить уже освоенные на практике расчеты.

Развитие исследований по нелинейным колебаниям связано с методами теории возмущений и глубокими работами в этой области А. Пуанкаре и А.М. Ляпунова. Так, в локальной теории периодических функций Ляпунова–Пуанкаре рассматриваются общие нелинейные дифференциальные системы, содержащие малый параметр ε , причем таким образом, что при $\varepsilon = 0$ они обладают периодическими решениями и к ним применимы критерии существования и устойчивости периодических решений при достаточно малых величинах $\varepsilon \neq 0$. К тому же выбираемый способ получения приближенного решения дифференциального уравнения путем разложения x в ряд по степеням малого параметра ε пригоден для очень малого интервала времени.

Однако получившая широкое распространение в небесной механике теория возмущений отвечала свойству поведения консервативных систем и теряла свою аналитическую способность в изучении систем, где нарушается закон сохранения механической энергии. Вместе с тем неконсервативные системы с их процессами поглощения и притока энергии стали предметом обширных исследований ученых в прошлом веке и требовали разработки новых математических средств (например, для обеспечения устойчивой генерации незатухающих колебаний в радиотехнических системах). Отправляясь от методов А.М. Ляпунова и А. Пуанкаре, советские физики Л.И. Мандельштам, Н.Д. Папалекси, А.А. Андронов, А.А. Витт и др. создали отечественную школу исследования нелинейных систем, обогащенную в дальнейшем работами Н.М. Крылова, Н.Н. Боголюбова, Ю.А. Митропольского [2] и их последователей.

Немаловажным обстоятельством, определившим актуальность исследований нелинейных систем, стало то, что в линейных колебательных системах нельзя получить установившийся колебательный режим, не зависящий от начальных условий. Лишь в нелинейных системах с поглотителями (механическое трение в качестве диссипативной силы, внутреннее рассеяние энергии в материальном теле и т.п.) энергии посредством ее притока извне и компенсации расхода энергии оказалось возможным получать незатухающие колебания. Но в нелинейных системах влияние малых отклонений от линейных систем в большом интервале времени (по сравнению с периодом колебаний) нарастает и принципиально меняет динамическую картину протекания процесса: его затухание, раскачивание и устойчивость зависят от эффекта, вызванного длительным действием малых нелинейных членов уравнения (кумулятивный эффект). В автоколебательных системах, в которых незатухающие колебания поддерживаются внешними источниками энергии, но без периодического воздействия с их стороны, при некоторых условиях положение равновесия теряет устойчивость и возникают стационарные периодические колебания. В такой системе источник энергии покрывает ее потери на трение, выводит систему из состояния устойчивого равновесия, но нарастающие колебания нелинейным ограничителем переводятся в стационарный периодический режим. В результате колебания малой амплитуды будут раскачиваться, а большой амплитуды — затухать, образуя в итоге незатухающие автоколебания.

Распространяя методы теории возмущений на общие неконсервативные системы, Н.М. Крылов и Н.Н. Боголюбов предложили метод асимптотических разложений для анализа колебаний нелинейных систем,

дифференциальные уравнения которых содержали малый параметр. Удовлетворяя требованию допустимой погрешности, получаемые при этом приближенные решения были вполне практичными и с помощью разработанного Н.М. Крыловым и Н.Н. Боголюбовым метода усреднения дали возможность вывести ряд критериев существования и устойчивости автоколебательных систем. Благодаря использованию метода асимптотических разложений удалось, в частности, решить задачи продольной устойчивости самолета и устойчивости параллельной работы электрических машин.

Среди большого спектра задач, которые удалось выполнить с помощью построения асимптотических решений, была и задача изучения разрывных или релаксационных колебаний. Они отличались тем, что медленное накопление энергии в элементах системы (например, в радиотехнике) сменялось почти мгновенной разрядкой энергии по достижении некоторого порогового значения ее накопления. При этом малые нелинейные члены уравнения могут выражать слабые возмущения, действующие на систему и пропорциональные некоторому малому параметру.

Резонно предположить, что подобные процессы можно наблюдать и в нелинейных экономических системах под влиянием потока инноваций, которые инициируют затухание и раскачивание процессов с появлением устойчивых и неустойчивых состояний. Действие инноваций способно всколыхнуть мерное течение процесса и породить колебания, сопровождающиеся неравномерными ресурсными затратами и потерей устойчивости равновесного режима деятельности системы.

Нелинейная динамика раскрывает развивающийся процесс как цепь сменяющих друг друга фаз порядка и хаоса, в основе которой лежит принцип «развитие через неустойчивость». В ходе этого процесса в упорядоченной системе зарождается хаос, из-за чего в условиях сильной неравновесности она теряет устойчивость, и в точке бифуркации охваченная хаосом система (под влиянием малых возмущений) кардинально меняет направление своего развития, и в ней вновь воцаряется порядок. Затем в функционировании системы опять нарастает хаос, и развитие ее продолжается по тому же сценарию. При этом необходимой предпосылкой неустойчивости системы остается ее обмен вещественно-энергетическими и информационными потоками со своим окружением, что и позволяет внешним возмущениям выводить систему из равновесия и время от времени «держать» ее в состоянии неустойчивости.

В теории катастроф потеря устойчивости состояния равновесия из-за изменения параметра системы вызывается как бифуркацией состояния равновесия, так и самопроизвольным процессом. С приближением параметра к бифуркационному значению система утрачивает состояние равновесия, переходя в другое равновесное положение, или возникает пара состояний равновесия. При этом из двух исчезающих или порождаемых состояний равновесия одно является устойчивым, другое — неустойчивым.

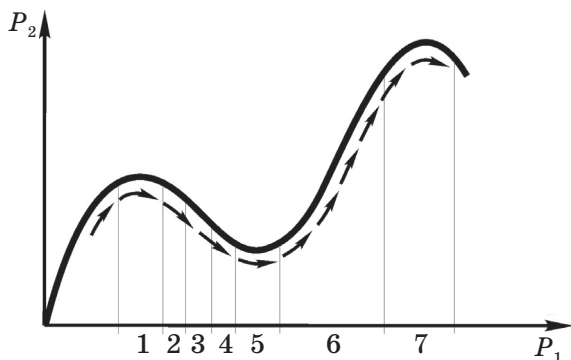
По-видимому, подобный сценарий характерен для начального этапа кризиса предприятий. На этой стадии его система стремится сохранить прежнюю устойчивость сбалансированного обмена ресурсами со своим окружением, но под влиянием возмущений равновесное состояние предприятия «подтачивается» и его устойчивость ослабляется. С нарастанием кризиса происходит «выталкивание» предприятия из положения квазиравновесия, и его система вынуждена «нащупывать» новое состояние, близкое к равновесному. Но оно будет иметь под собой подорванную ресурсную базу предприятия (изношенные основные и истощенные

оборотные фонды, напряженную кадровую ситуацию и т.п.) и потому становится неустойчивым. Согласимся, последующее развитие событий на предприятии может протекать довольно стремительно, и разрешение кризиса будет иметь оптимистический (восстановление ресурсного потенциала, а с ним и квазиравновесия) либо более вероятный пессимистический (деградация ресурсов и банкротство) исход.

Другой сценарий потери устойчивого состояния равновесия предполагает два возможных варианта, различающихся фазовым портретом (пространством состояний) системы. Первый из них представляет собой перерождение положения равновесия в предельный цикл, т.е. переход состояния равновесия от устойчивого к неустойчивому. Такой вариант свойственен скорее всего вялотекущему кризису предприятия: нарушение воспроизводства его ресурсов и квазиравновесия проходит исподволь, медленно, но с каждым разом усиливается и энергичнее «раскачивает» систему, пока ее квазиравновесное состояние не перейдет от устойчивого к неустойчивому. Такая плавная потеря устойчивости равновесия именуются мягкой, что следует из характера смены равновесного положения колебательным периодическим процессом.

Второй вариант состоит в отмирании в положении равновесия неустойчивого предельного цикла, в ходе которого исчезает цикл, и вслед за ним равновесие приобретает неустойчивый характер. Этот вариант по сравнению с первым присущ более нестабильной работе предприятия в зоне повышенного риска. Вначале его кризисная деятельность еще сохраняет относительно равновесный режим, но с течением времени ее цикличность прерывается из-за ухудшения кругооборота ресурсов предприятия с внешней средой. Охваченная разрушительной динамикой система быстро деформируется, ее квазиравновесие лишается свойства притяжения и становится неустойчивым. Резкая потеря устойчивости равновесия получила название жесткой, что отвечает скачкообразному переходу системы от стационарного поведения в иной режим движения.

Принимая во внимание особенности нелинейных процессов и характер развития экономических систем, воспользуемся качественными выводами математической теории перестроек, о которых писал В.И. Арнольд [1, с. 100–101]. С учетом того что перестраиваемая экономическая система (в нашем случае — предприятие) является нелинейной и находится в «плохом» устойчивом состоянии, появляются примечательные стадии ее восходящего развития с целью перехода в лучшее устойчивое состояние. Наглядное представление этих стадий дает рисунок, на котором примем следующие обозначения: P_1 — уровень предпринимчивости, а P_2 — уровень экономической эффективности системы.



Перестройка экономической системы с точки зрения теории перестроек
(по В.И. Арнольду)

Охарактеризуем стадии перестройки экономической системы [3, с. 173–175], помеченные на рисунке по оси абсцисс цифрами от 1 до 7:

- стадия 1. Пребывая в устойчивом неэффективном состоянии, предприятие с большим трудом преодолевает сопротивление сложившейся организации производства и управления и начинает движение к более высокому уровню экономической эффективности своей деятельности;

- стадия 2. Движение предприятия приобретает скорость, но действие консервативных сил его экономической системы (отсталость материально-технической базы, дефицит инвестиций, косность стиля руководства предприятия и др.) усиливается и уровень экономической эффективности работы предприятия заметно снижается;

- стадия 3. Скорость движения предприятия становится еще больше, но влияние консервативных сил его экономической системы по-прежнему сказывается и даже достигает максимума, ввиду чего уровень экономической эффективности деятельности предприятия продолжает падать;

- стадия 4. До того как уровень экономической эффективности работы предприятия станет минимальным, сопротивление его экономической системы слабеет и с исчезновением уступает позитивному сценарию (переснащение и повышение гибкости парка оборудования, внедрение высокотехнологичных производств и др.) развития ресурсов предприятия;

- стадия 5. Инерция ухудшения показателя экономической эффективности деятельности предприятия прекращается, он достигает минимального значения, наступает перелом в траектории движения и с возобладанием позитивных сил у предприятия начинается повышение уровня экономической эффективности;

- стадия 6. Движение («притягивание») его к лучшему устойчивому состоянию ускоряется, инвестиции в модернизацию ресурсов в полной мере обеспечивают темповое наращивание экономической эффективности и прогрессивное развитие предприятия;

- стадия 7. Траектория движения предприятия показывает, что его «восхождение» на пик экономической эффективности завершается и тем самым предприятие занимает устойчивое состояние, отличающееся от исходного более высокой эффективностью.

С точки зрения теории перестроек слаборазвитая экономическая система с меньшими потерями переходит в улучшенное устойчивое состояние, чем более совершенная система, устойчивость которой оборачивается дополнительными трудностями обретения устойчивого эффективного состояния. При этом, если станет возможным скачкообразный, а не непрерывный переход системы в улучшенное устойчивое состояние, то она с приближением к подобному состоянию будет сама эволюционировать («притягиваться») к нему.

Проявлением закономерности нелинейного характера зависимости между экономическим эффектом \mathcal{E} деятельности предприятия и стоимостью его системы управления служит свойство стремительного нарастания последней при необходимости достигнуть высокого значения этого эффекта. Действительно, снижение хаотичности в процессах управления и поддержание устойчивого уровня экономического эффекта \mathcal{E} в области больших значений (по мере приближения к максимально возможному эффекту \mathcal{E}_{\max}) обходится предприятию увеличением срока окупаемости $T_{\text{ок}}$ его системы управления и в пределе $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_{\max}$ срок $T_{\text{ок}}$ возрастает многократно. По выкладкам автора, при модернизации системы управления с целью увеличения уровня \mathcal{E} экономического эффекта предприятия с 0,80 до 0,90 от \mathcal{E}_{\max} срок окупаемости $T_{\text{ок}}$ усовер-

шенствованной системы управления возрастет в 1,71 раза по сравнению с наращиванием эффекта с 0,70 до 0,80 от Δ_{max} . При продолжении повышения уровня Э экономического эффекта предприятия с 0,90 до 0,95 от Δ_{max} вследствие дальнейшего уменьшения хаоса и наращивания упорядоченности в системе управления срок ее окупаемости $T_{ок}$ возрастет уже в 2,00 раза по сравнению с вариантом наращивания эффекта с 0,80 до 0,90 от Δ_{max} [3, с. 234–235].

В последнее время проблематика явлений порядка и хаоса выдвинулась на передний план в теории развития систем. Понятие статистической физики энтропии, характеризуя степень упорядоченности системы, дает представление и об уровне ее развития: чем меньше энтропия системы, тем выше степень ее упорядоченности и прогрессивного развития, и наоборот, рост энтропии свидетельствует об уменьшении упорядоченности и деградации системы.

Подводя черту, заметим, что ныне теория развития аккумулирует в себе достижения самых различных областей знания, и прежде всего тех, которые обращаются к неравновесным явлениям в природе и обществе. Благодаря этому становится возможным расширить круг традиционных представлений о развитии экономических систем, воплощая тем самым симбиоз научных направлений в системных исследованиях и на его основе усваивая сущность закономерностей нелинейных процессов в экономике.

Список использованной литературы

1. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И. Арнольд. — 3-е изд., доп. — М., 1990.
2. Боголюбов Н.Н. Математика и нелинейная механика / Н.Н. Боголюбов // Собрание научных трудов: в 12 т. / ред.-сост. А.Д. Суханов; Рос. акад. наук. — М., 2006. — Т. 4.
3. Чупров С.В. Управление устойчивостью производственных систем: теория, методология, практика / С.В. Чупров. — Иркутск, 2009.

Referenses

1. Arnol'd V.I. Teoriya katastrof / V.I. Arnol'd. — 3-e izd., dop. — M., 1990.
2. Bogolyubov N.N. Matematika i nelineinaya mekhanika / N.N. Bogolyubov // Sbornik nauchnykh trudov: v 12 t. / red.-sost. A.D. Sukhanov; Ros. akad. nauk. — M., 2006. — T. 4.
3. Chuprov S.V. Upravlenie ustoichivost'yu proizvodstvennykh sistem: teoriya, metodologiya, praktika / S.V. Chuprov. — Irkutsk, 2009.

Информация об авторе

Чупров Сергей Витальевич — доктор экономических наук, профессор, ученый секретарь, Байкальский государственный университет экономики и права, г. Иркутск, e-mail: chuprov@isea.ru.

Author

Chuprov Sergey Vitalyevich — Doctor of Economics, Professor, Scientific Secretary, Baikal State University of Economics and Law, Irkutsk, e-mail: chuprov@isea.ru.